



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนต้นนี้ ข้อ 1 - 12 ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 4 คะแนน

ไม่ตอบได้คะแนนข้อละ 1 คะแนน ตอบผิด 0 คะแนน

1. กำหนด $A = \{1, 2, \{1\}, \{2\}, \{1, \{1\}\}, \{2, \{2\}\}$ และ $P(A)$ แทนเพาเวอร์เซตของ A
ข้อความใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. $\{1, \{1\}\} \subset A$

ข. $\{\{1\}, \{2\}\} \subset A$

ค. $\{\{1, 2\}\} \subset A$

ง. $\{2, \{2\}\} \in P(A)$

จ. $\{\{2, \{2\}\}\} \in P(A)$

2. ให้ p, q, r และ s เป็นประพจน์

ถ้าประพจน์ $(p \wedge q) \vee (r \rightarrow s)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

แล้ว ประพจน์ใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็นจริง

ก. $(p \vee r) \leftrightarrow s$

ข. $(q \wedge s) \leftrightarrow r$

ค. $(\sim p \vee \sim q) \leftrightarrow r$

ง. $\sim s \rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

จ. $r \rightarrow (\sim p \wedge q)$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

3. ข้อความ “ถ้านักเรียนมีความเพียรพยายามอย่างเต็มที่แล้ว ย่อมประสบความสำเร็จในการสอบ
เข้ามหาวิทยาลัย ”

สมมูลกับข้อความใดต่อไปนี้บ้าง

- (1) ถ้านักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการสอบเข้ามหาวิทยาลัย
แล้ว แสดงว่านักเรียนไม่ได้มีความเพียรพยายามอย่างเต็มที่
- (2) ถ้านักเรียนไม่มีความเพียรพยายามอย่างเต็มที่
แล้ว ย่อมไม่ประสบความสำเร็จในการสอบเข้ามหาวิทยาลัย
- (3) นักเรียนไม่มีความเพียรพยายามอย่างเต็มที่ หรือนักเรียนประสบความสำเร็จในการสอบ
เข้ามหาวิทยาลัย
- (4) นักเรียนมีความเพียรพยายามอย่างเต็มที่ หรือนักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการสอบ
เข้ามหาวิทยาลัย

- ก. สมมูลกับข้อความ (1) และ (3) เท่านั้น
- ข. สมมูลกับข้อความ (1) และ (4) เท่านั้น
- ค. สมมูลกับข้อความ (2) และ (3) เท่านั้น
- ง. สมมูลกับข้อความ (2) และ (4) เท่านั้น
- จ. จาก ก – ง ไม่มีตัวเลือกใดที่ให้ไว้ถูกต้อง

4. มีจำนวนจริง x ทั้งหมดกี่จำนวน ซึ่งทำให้ $\sqrt{1 - (x - 2)^2}$ มีค่าเป็นจำนวนจริง

- ก. 0
- ข. 1
- ค. 2
- ง. 3
- จ. มีจำนวนนับไม่ถ้วน



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

5. ถ้า $0 < x \leq 1$ แล้ว จัอสรูปให้ข้อใดต่อไปห้ถูกต้อง

ก. $\sqrt{x} \leq x \leq 1 \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{\sqrt{x}}$

ข. $\sqrt{x} \leq x \leq 1 \leq \frac{1}{\sqrt{x}} \leq \frac{1}{x}$

ค. $x \leq \sqrt{x} \leq 1 \leq \frac{1}{\sqrt{x}} \leq \frac{1}{x}$

ง. $x \leq \sqrt{x} \leq 1 \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{\sqrt{x}}$

จ. $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{\sqrt{x}} \leq 1 \leq \sqrt{x} \leq x$

6. ก้าหนด $A = 11121314151617181920$

$B = 21222324252627282930$

$C = 31323334353637383940$

$D = 41424344454647484950$

$E = 51525354555657585960$

ห้ห้จ้านวนที่ถูกรหารด้วย 8 ลงตัว

ก. 1 จ้านวน

ข. 2 จ้านวน

ค. 3 จ้านวน

ง. 4 จ้านวน

จ. 5 จ้านวน



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

7. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ และ $C = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

ถ้า $D = [d_{ij}]_{3 \times 3}$ โดยที่ $D = ABC$ แล้ว ค่าของ $d_{12} + d_{23} + d_{31}$ เท่ากับเท่าใด

ก. -27

ข. -23

ค. 27

ง. 29

จ. 31

8. กำหนด $A = \{2, 3, 6\}$, $B = \{3, 4, 6, 8, 9\}$

ให้ r_1 คือความสัมพันธ์ “หารลงตัว” จาก A ไป B

และ r_2 คือความสัมพันธ์ “เป็นสองเท่า” จาก B ไป A

ข้อความใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก. จำนวนสมาชิกของความสัมพันธ์ r_1 เท่ากับ 6

ข. จำนวนสมาชิกของความสัมพันธ์ r_2 เท่ากับ 1

ค. $r_1 \cup r_2 \subset A \times B$

ง. $r_1 \cap r_2 \neq \emptyset$

จ. จาก ก – ง ไม่มีตัวเลือกใดถูกต้อง



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

9. กำหนด $f(x) = \begin{cases} x - 6 & ; x < -2 \\ 3x + 1 & ; -2 \leq x < 2 \\ 3 - 2x & ; x > 2 \end{cases}$

และ $g(1 - x) = 1 - x - x^2$

แล้ว ค่าของ $f \circ f \circ f(1)$ เท่ากับค่าในข้อใดต่อไปนี้

ก. $g(5)$

ข. $g(4)$

ค. $g(3)$

ง. $g(2)$

จ. $g(1)$

10. ถ้า $n_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / x^2 + 9y^2 = 1\}$

และ $n_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / x^2 + y^2 = 1\}$

แล้ว $n(n_1 \cap n_2)$ เท่ากับเท่าใด

ก. 1

ข. 2

ค. 3

ง. 4

จ. เป็นจำนวนอนันต์



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

11. ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริง ซึ่งทำให้จุดตัดของกราฟของสมการ $y = ax$ และ $y = -x + b$ ตกอยู่ในควอดรันต์ที่สามแล้ว ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อสรุปที่ถูกต้อง

ก. $a > 0$ และ $b > 0$

ข. $a < 0$ และ $b < 0$

ค. $a < 0$ และ $b > 0$

ง. $a > 0$ และ $b < 0$

จ. $ab = 0$

12. ข้อความต่อไปนี้มีข้อใดที่ถูกต้องบ้าง

(1) $2^{2^0} + 2^{2^0} = 2^{2^1}$

(2) $2^{2^0} - 2^{2^0} = 0^{2^0}$

(3) $2^{2^0} \cdot 2^{2^0} = 2^{4^0}$

(4) $2^{2^0} \div 2^{2^0} = 2^{0^0}$

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3

จ. 4



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนที่ 3 ข้อ 13 – 24 ตอบถูกได้คะแนนข้อละ 6 คะแนน

ไม่ตอบได้คะแนนข้อละ 1.5 คะแนน ตอบผิด 0 คะแนน

13. กำหนดให้ p, q, r, s และ t เป็นประพจน์ในการอ้างเหตุผล

ถ้า “เหตุ” คือ (1) $p \vee q$

(2) $(p \rightarrow \sim s) \wedge (q \rightarrow \sim t)$

(3) $\sim r \vee s$

แล้ว ประพจน์ใดต่อไปนี้เป็น “ผล” ที่ทำให้การอ้างเหตุผลมีความสมเหตุ สมผล

ก. $r \rightarrow p$

ข. $r \rightarrow q$

ค. $r \rightarrow t$

ง. ถูกต้องทั้งข้อ ก และ ข

จ. ถูกต้องทั้งข้อ ก และ ข้อ ค

14. กำหนดเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนเต็ม

จงหาว่าแต่ละประพจน์ต่อไปนี้มีที่ประพจน์ที่ีมีความความจริงเป็นจริง

$$\forall y \exists x [y^2 = x]$$

$$\exists y \forall x [y^2 = x]$$

$$\forall x \exists y [y^2 = x]$$

$$\exists x \forall y [y^2 = x]$$

$$\exists x \exists y [y^2 = x]$$

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3

จ. 4



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

15. ถ้า x เป็นจำนวนจริง ซึ่งสอดคล้องกับอสมการ $36 + 5x^2 - x^4 \geq 0$

และ y เป็นจำนวนจริง ซึ่งสอดคล้องกับอสมการ $2|y - 1| \leq 10 - y$

แล้ว จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) $-11 \leq x + y \leq 7$

(2) $-7 \leq x - y \leq 11$

(3) $16 \leq y^2 \leq 64$

ข้อสรุปใดถูกต้อง

ก. มีข้อความที่ถูกต้องน้อยกว่าสองข้อความ

ข. ข้อความ (1) และ (2) เท่านั้นถูกต้อง

ค. ข้อความ (1) และ (3) เท่านั้นถูกต้อง

ง. ข้อความ (2) และ (3) เท่านั้นถูกต้อง

จ. ถูกต้องทั้งสามข้อความ



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

16. ถ้า A เป็นเซตคำตอบของสมการ $|1 - x^2| = 1 - x$
แล้ว ข้อสรุปใดต่อไปนี้เป็นจริง
- ก. เซต A มีสมาชิกหนึ่งตัว ข. เซต A มีสมาชิกสองตัว
ค. เซต A มีสมาชิกสามตัว ง. เซต A มีสมาชิกสี่ตัว
จ. A เป็นเซตอันต์
17. ถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด ซึ่งจะเหลือเศษ 8, 9 และ 10 เมื่อถูกหารด้วย 11, 12 และ 13 ตามลำดับแล้ว เศษที่เกิดจากการหาร n ด้วย 14 เท่ากับเท่าใด
- ก. 3 ข. 5 ค. 7
ง. 9 จ. 11



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

18. ถ้า $A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$ และ $ABA^t = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$

แล้ว เมทริกซ์ B คือเมทริกซ์ในข้อใดต่อไปนี้

ก. $\begin{bmatrix} -10 & -14 \\ -14 & -20 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} 10 & 14 \\ 14 & 20 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 10 & 14 \\ -14 & 20 \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} -5 & -11 \\ -11 & -25 \end{bmatrix}$

จ. $\begin{bmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{bmatrix}$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

19. ถ้า $A = [a_{ik}]_{3 \times 3}$ โดยที่ $a_{ik} = \begin{cases} 2^{i-1} & ; i = k \\ 0 & ; i \neq k \end{cases}$

และ B เป็นเมทริกซ์ที่เกิดจากการดำเนินการตามแถวกับเมทริกซ์ A โดยมีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สลับที่กันระหว่างแถวที่หนึ่ง และแถวที่สามของ A

ขั้นตอนที่ 2 นำ 2 คูณกับสมาชิกทุกตัวในแถวที่สาม (ที่ได้จากขั้นตอนที่ 1) แล้วนำไปบวกเข้ากับสมาชิกของแถวที่สอง

ขั้นตอนที่ 3 คูณสมาชิกทุกตัวในแถวที่สามด้วย -1

เมื่อดำเนินการตามลำดับ จนครบทั้งสามขั้นตอนแล้ว เมทริกซ์ที่ได้ คือเมทริกซ์ B

ค่าของ $\det(A + B)$ เท่ากับเท่าใด

ก. 0

ข. 4

ค. 8

ง. 16

จ. 32



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

20. ถ้าพาราโบลา r หนึ่งมีจุดยอดเป็น $(-1, 1)$ และผ่านโฟกัสทั้งสองของไฮเพอร์โบลา

$$5y^2 - 4x^2 - 10y + 16x - 31 = 0$$

แล้ว ระยะห่างระหว่างโฟกัสของพาราโบลา กับเส้นไทรานส์เวิร์ทริกซ์เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{3}{4}$

ข. 1

ค. $\frac{5}{4}$

ง. $\frac{3}{2}$

จ. $\frac{7}{4}$

21. ถ้า $f(x) = ax + b$ และ $f^{-1}(x) = bx + a$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริง

แล้ว ค่าของ $a + b$ เท่ากับเท่าใด

ก. -2

ข. -1

ค. 0

ง. 1

จ. 2



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

22. กำหนด $f(x) = 2x + 1$; $x \in [-6, 2]$ และ $g(x) = 4 - 3x$; $x \in [-3, 5]$
จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) $D_{f+g} \cap R_{f+g} = \emptyset$

(2) จำนวนเต็มที่แตกต่างกัน ซึ่งเป็นสมาชิกของ R_{f-g} มีอยู่ทั้งหมด 25 จำนวน

(3) $D_{f \cdot g} = \frac{D_f}{g}$

ข้อสรุปใดถูกต้อง

ก. มีข้อความที่ถูกต้องน้อยกว่าสองข้อความ

ข. ข้อความ (1) และ (2) เท่านั้นถูกต้อง

ค. ข้อความ (1) และ (3) เท่านั้นถูกต้อง

ง. ข้อความ (2) และ (3) เท่านั้นถูกต้อง

จ. ถูกต้องทั้งสามข้อความ



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

23. กำหนด ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีมุม C เป็นมุมฉาก และ $AB = 5$ หน่วย
ลากส่วนของเส้นตรงจากจุด C ไปตั้งฉากกับด้าน AB ที่จุด D
ลากส่วนของเส้นตรงจากจุด D ไปตั้งฉากกับด้าน AC ที่จุด E
และ ลากส่วนของเส้นตรงจากจุด E ไปตั้งฉากกับด้าน AB ที่จุด F
ถ้าให้ $\angle BAC = \theta$ แล้ว ความยาวของส่วนของเส้นตรง EF เท่ากับค่าในข้อใดต่อไปนี้

ก. $5\sin^4\theta$

ข. $5\cos^4\theta$

ค. $5\sin^3\theta \cdot \cos\theta$

ง. $5\sin^2\theta \cdot \cos^2\theta$

จ. $5\sin\theta \cdot \cos^3\theta$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

24. กำหนด a เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ

จงหาว่าพื้นที่ที่ถูกปิดล้อมด้วยกราฟของอสมการทั้งหมดต่อไปนี้ เป็นรูปกี่เหลี่ยม

(1) $-a \leq x + y \leq a$

(2) $y \leq x$

และ (3) $-\frac{a}{2} \leq y \leq \frac{a}{2}$

ก. 3 เหลี่ยม

ข. 4 เหลี่ยม

ค. 5 เหลี่ยม

ง. 6 เหลี่ยม

จ. 7 เหลี่ยม



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนที่รวม ข้อ 25 – 29 ตอบถูกได้คะแนนข้อละ 6 คะแนน

ตอบผิด หรือไม่ตอบ 0 คะแนน

25. จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่เข้าค่ายอบรมวิชาคณิตศาสตร์กลุ่มหนึ่งจำนวน 199 คน ซึ่งนักเรียนแต่ละคนจะตอบทำโจทย์เรื่องพีชคณิต หรือเรขาคณิต หรือทฤษฎีจำนวนอย่างน้อยคนละหนึ่งหัวข้อ และพบว่ามีนักเรียน 149 คน ตอบทำโจทย์เรื่องพีชคณิต นักเรียน 109 คน ตอบทำโจทย์เรื่องทฤษฎีจำนวน นักเรียน 79 คน ตอบทำโจทย์เรื่องเรขาคณิต และเรื่องทฤษฎีจำนวน นักเรียน 97 คน ตอบทำโจทย์เรื่องพีชคณิต และเรื่องทฤษฎีจำนวน โดยที่นักเรียนทุกคนที่ตอบทำโจทย์เรื่องพีชคณิต และเรื่องเรขาคณิต จะตอบทำโจทย์เรื่องเรขาคณิต และเรื่องทฤษฎีจำนวน จงหาว่ามีนักเรียนกี่คนที่ตอบทำโจทย์เรื่องเรขาคณิต



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

26. จักรวาลเต็มคู่ที่มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 100000 มีทั้งหมดกี่จักรวาล ซึ่งถูกหารด้วย 9 หรือ 15 ลงตัว



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

27. ถ้าหัด x เป็นจำนวนตรรกยะบวก ซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$11025x^6 - 1891x^4 + 83x^2 - 1 = 0$$

ถ้าผลบวกของค่า x ที่เป็นไปได้ทั้งหมดสามารถเขียนให้อยู่ในรูป $\frac{m}{n}$ โดยที่ m และ n เป็น

จำนวนเต็มบวกแล้ว ค่าต่ำสุดของ $m + n$ เท่ากับเท่าใด

28. ถ้า x และ y เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับระบบสมการเชิงเส้น

$$3561x + 6439y = 55756$$

$$\text{และ } 6439x + 3561y = 44244$$

แล้ว ค่าของ $2011x + 2554y$ เท่ากับเท่าใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

29. กำหนด F_1 และ F_2 เป็นโฟกัสทั้งสองของวงรี

$$(2520x)^2 + (2521y)^2 = 2520^2 \cdot 2521^2$$

P เป็นจุดบนวงรี ซึ่งทำให้ $PF_1 : PF_2 = 2 : 1$

ความยาวเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม PF_1F_2 เท่ากับกี่หน่วย



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

ข้อบั่น (เว็อกทำนร้อไม่ทำก็ได้)

ตอบถูกจะได้ 15 คะแนน

ตอบผิด -5 คะแนน ไม่ตอบ 0 คะแนน

30. กำหนด $A = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{\sqrt{2011 - 2010x - x^2}}{25 + x} \leq \frac{\sqrt{2011 - 2010x - x^2}}{54 - x}\right\}$

$$B = \{x \in \mathbb{R} / ||||x + 1| + 2| + 3| + 4| + 5| \leq 67\}$$

$$\text{และ } C = \{c \in \mathbb{I} / c \in A \cap B\}$$

ผลบวกของค่าสัมบูรณ์ของสมาชิกทุกตัวใน C มีค่าเท่ากับเท่าใด