



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555  
3<sup>rd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนต้นนี้ ข้อ 1 – 12 ตอบถูกได้คะแนนข้อละ 4 คะแนน

ไม่ตอบได้คะแนนข้อละ 1 คะแนน      ตอบผิด 0 คะแนน

1. เมื่อเขียน  $\left(\frac{27}{125}\right)^{-\frac{2}{3}} + 4\sqrt{\frac{81}{16}}$  ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ  $\frac{a}{b}$  แล้วค่าของ  $a + b$  เท่ากับเท่าใด

ก. 25

ข. 31

ค. 57

ง. 95

จ. 143

2. ให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2}}} = \frac{1}{2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{x^2 - x}}}$$

แล้ว ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อกล่าวได้ถูกต้อง

ก.  $a + b > 0$

ข.  $a = b$

ค.  $a + b < 0$

ง.  $a + b = 0$

จ. ตั้งแต่ข้อ ก ถึง ง ไม่มีข้อใดกล่าวถูกต้อง



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555  
3<sup>rd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

3. กำหนดให้  $x$  เป็นจำนวนเต็มซึ่งสอดคล้องกับอสมการ  $\frac{1}{50.1} < \frac{1}{x} < \frac{1}{\pi}$

แล้ว จำนวนของค่า  $x$  ที่เป็นไปได้เท่ากับข้อใด

ก. 45

ข. 46

ค. 47

ง. 48

จ. 49

4. กำหนดให้  $ABC$  เป็นสามเหลี่ยม  $AB = 8$  หน่วย,  $BC = 6$  หน่วย และ  $CA = 5$  หน่วย  
มี  $X, Y$  เป็นจุดบนด้าน  $AB, AC$  ตามลำดับ ซึ่งทำให้  $XY \parallel BC$   
ถ้า  $AX = 2$  หน่วย แล้ว สี่เหลี่ยม  $BCYX$  มีความยาวรอบรูปเท่ากับกี่หน่วย

ก. 6.25

ข. 7.75

ค. 13.5

ง. 15.75

จ. 17.25





การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555  
3<sup>rd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

7. ค่าของ  $N$  ที่น้อยที่สุดที่ทำให้  $2556 \times N$  เป็นจำนวนกำลังสองสมบูรณ์เป็นจริงดังข้อใด

- |                            |                        |
|----------------------------|------------------------|
| ก. $N$ เป็นจำนวนเต็มบวกคู่ | ข. $N$ เป็นจำนวนเฉพาะ  |
| ค. $N$ เป็นพหุคูณของ 3     | ง. $N$ เป็นพหุคูณของ 5 |
| จ. $N$ เป็นพหุคูณของ 7     |                        |

8. ค่าของผลคูณ  $2^6 \times 5^5 \times 5^5 \times 6^2$  เป็นจำนวนเต็มที่มีกี่หลัก

- |       |       |       |
|-------|-------|-------|
| ก. 10 | ข. 11 | ค. 12 |
| ง. 13 | จ. 14 |       |



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555  
3<sup>rd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

9. กำหนดให้  $N$  เป็นจำนวนเต็มบวก

นิยาม  $\langle N \rangle$  ให้มีการคำนวณดังต่อไปนี้

$$\langle N \rangle = 2 + 4 + 6 + \dots + N \text{ เมื่อ } N \text{ เป็นจำนวนคู่}$$

และ  $\langle N \rangle = 1 + 3 + 5 + \dots + N$  เมื่อ  $N$  เป็นจำนวนคี่

จงหาค่าของ  $\langle 2556 \rangle - \langle 2555 \rangle$

ก. 1278

ข. 1279

ค. -1278

ง. -1279

จ. 0





การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555  
3<sup>rd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

11. เมื่อโยนลูกเต๋า 2 ลูก ครั้งหนึ่ง แล้ว เหตุการณ์ใดต่อไปนี้มีโอกาสเกิดขึ้นได้มากที่สุด
- |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| ก. ผลรวมของแต้มเต๋าลูกหารด้วย 3 ลงตัว | ข. ผลรวมของแต้มเต๋าลูกหารด้วย 4 ลงตัว |
| ค. ผลรวมของแต้มเต๋าลูกหารด้วย 5 ลงตัว | ง. ผลรวมของแต้มเต๋าลูกหารด้วย 6 ลงตัว |
| จ. ผลรวมของแต้มเต๋าเป็นจำนวนเฉพาะ     |                                       |

12. อัตราส่วนของน้ำหนักของศิwapรต่อน้ำหนักของคุณพ่อคือ 3 : 5  
ถ้าศิwapรหนักเพิ่มขึ้น 40% คุณพ่อจะต้องลดน้ำหนักลงกี่เปอร์เซ็นต์ทั้งสองคนจึงจะมีน้ำหนักเท่ากัน
- |        |        |        |
|--------|--------|--------|
| ก. 8%  | ข. 16% | ค. 20% |
| ง. 50% | จ. 84% |        |



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555  
3<sup>rd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนที่รอง ข้อ 13 – 24 ตอบถูกได้คะแนนข้อละ 6 คะแนน

ไม่ตอบได้คะแนนข้อละ 1.5 คะแนน ตอบผิด 0 คะแนน

13. เศษที่เกิดจากการหาร

$x^{2012} + 2x^{2011} + 2^2x^{2010} + \dots + 2^{2011}x + 2^{2012}$  ด้วยพหุนาม  $(x - 2)$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. 2013

ข.  $2^{2012}$

ค. 2012

ง.  $2^{2013}$

จ. ตั้งแต่ข้อ ก. ถึง ง. ไม่มีข้อใดถูกต้อง

14. กำหนดให้สมการ  $x^2 - bx + c = 0$  มีผลเฉลยที่เป็นจำนวนจริงสองค่า

คือ  $x = p$  และ  $x = q$  โดยที่  $p \geq q$  แล้ว ค่าของ  $p - q$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $b^2 - 4c$

ข.  $b^2 - 2c$

ค.  $\sqrt{b^2 - 4c}$

ง.  $\sqrt{b^2 + 4c}$

จ.  $\sqrt{b^2 - 2c}$





การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555  
3<sup>rd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

15. รถไฟขบวนหนึ่งออกจากสถานี A ไปยังสถานี B เมื่อรถไฟเคลื่อนที่ได้ 450 กิโลเมตร ซึ่งคิดเป็น 75% ของระยะห่างระหว่างทั้งสองสถานี เกิดเหตุขัดข้องต้องหยุดรถเป็นเวลา 30 นาที เพื่อให้รถไฟไปถึงสถานี B ตรงตามกำหนดเวลาเดิม ทำให้ระยะทางที่เหลือต้องเคลื่อนที่เร็วกว่าอัตราเร็วเดิม 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

จงหาอัตราเร็วของรถไฟหลังจากที่แก้ไขเหตุขัดข้องรถได้เรียบร้อย

- |                           |                          |
|---------------------------|--------------------------|
| ก. 45 กิโลเมตรต่อชั่วโมง  | ข. 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง |
| ค. 75 กิโลเมตรต่อชั่วโมง  | ง. 90 กิโลเมตรต่อชั่วโมง |
| จ. 105 กิโลเมตรต่อชั่วโมง |                          |

16. ทรงกลมลูกหนึ่งมีรัศมียาว  $R$  หน่วย มีปริมาตรเท่ากับทรงกระบอกที่มีรัศมีของฐานยาว  $r$  หน่วย และสูงเท่ากับ  $2r$  หน่วย

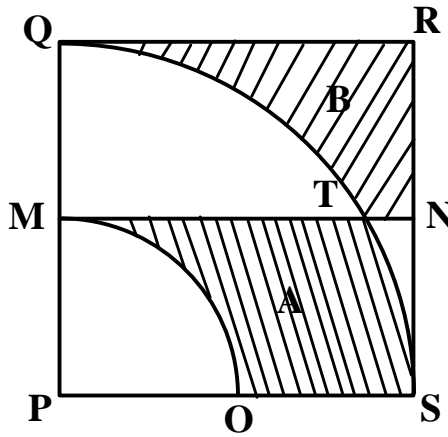
ค่าของ  $\frac{R}{r}$  ตรงกับข้อใด

- |                            |                         |                            |
|----------------------------|-------------------------|----------------------------|
| ก. $\sqrt{\frac{2}{3}}$    | ข. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ | ค. $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ |
| ง. $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$ | จ. 1                    |                            |



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555  
3<sup>rd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

17. กำหนดให้ PQRS เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาวด้านละ 4 เซนติเมตร มี M, N, O เป็นจุดกึ่งกลางด้าน PQ, RS และ PS ตามลำดับ  
สร้างส่วนโค้ง OM และ SQ เป็นส่วนโค้งของวงกลมที่มีจุด P เป็นจุดศูนย์กลาง โดยมี T เป็นจุดตัดระหว่างส่วนโค้ง QS และเส้นตรง MN



พื้นที่ของบริเวณแรเงาซึ่งถูกปิดล้อมด้วยส่วนของเส้นตรง MT, ส่วนโค้ง TS, ส่วนของเส้นตรง SO และส่วนโค้ง OM มีค่าเท่ากับ A ตารางหน่วย  
และ พื้นที่ของบริเวณแรเงาซึ่งถูกปิดล้อมด้วยส่วนของเส้นตรง QR, ส่วนของเส้นตรง RN ส่วนของเส้นตรง NT และเส้นโค้ง TQ มีค่าเท่ากับ B ตารางหน่วย  
ถ้า  $A + B$  สามารถเขียนได้ในรูป  $s + p\sqrt{q} - r\pi$   
โดยที่  $s, p$  เป็นจำนวนเต็ม,  $q$  เป็นจำนวนเฉพาะ และ  $r$  เป็นจำนวนตรรกยะ  
ค่าของ  $p + q + r + s$  ตรงกับข้อใด

ก. 15

ข.  $\frac{52}{3}$

ค.  $\frac{59}{3}$

ง. 22

จ.  $\frac{73}{3}$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555  
3<sup>rd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

18. ค่าของ  $\sec^5 x \cot x - \sec^3 x \cot x$  มีค่าตรงกับข้อใด

ก.  $\frac{\cos x}{\sin^2 x}$

ข.  $\frac{\cos x}{\sin^4 x}$

ค.  $\frac{\sin x}{\cos^2 x}$

ง.  $\frac{\sin x}{\cos^4 x}$

จ. ตั้งแต่ข้อ ก. ถึง ง. ไม่มีข้อใดตรงกับค่าที่โจทย์กำหนด

19. ค่าของ  $x$  จากสมการ  $2^{(4^x)} = 4^{(2^x)}$  เป็นจริงดังข้อใด

ก.  $x$  เป็นจำนวนเต็มบวก

ข.  $x$  เป็นจำนวนเต็มลบ

ค.  $x$  เป็นจำนวนเต็มศูนย์

ง.  $x$  เป็นจำนวนเฉพาะ

จ.  $x$  เป็นจำนวนประกอบ



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555  
3<sup>rd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

20. เมื่อ  $n = 1$  จะทำให้  $(n - 2)^2 + 7n$  ถูกหารด้วย 7 ไม่ลงตัว

เมื่อ  $n = 2$  จะทำให้  $(n - 2)^2 + 7n$  ถูกหารด้วย 7 ได้ลงตัว

แล้ว ค่าของจำนวนเต็มบวก  $n$  ที่มีค่าน้อยกว่า 100 ซึ่งทำให้  $(n - 2)^2 + 7n$  ถูกหารด้วย 7 ได้ลงตัว มีทั้งหมดกี่จำนวน

ก. 15

ข. 14

ค. 13

ง. 12

จ. 11

21. กำหนดให้  $a$  เป็นจำนวนจริงซึ่ง  $a < a^5 < a^4$  แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

ก.  $-1 < a < 0$

ข.  $0 < a < 1$

ค.  $a < 1$

ง.  $a > 1$

จ. ตั้งแต่ข้อ ก ถึง ง ไม่มีข้อใดถูกต้อง



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555  
3<sup>rd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

22. กำหนดให้  $O$  เป็นจุดกำเนิดซึ่งมีพิกัดคือ  $(0, 0)$

$O_1$  เป็นจุดที่ได้จากการเลื่อนขนานจุด  $O$  ไปทางขวา 1 หน่วย

$O_2$  เป็นจุดที่ได้จากการเลื่อนขนานจุด  $O_1$  ไปทางซ้าย 2 หน่วย

$O_3$  เป็นจุดที่ได้จากการเลื่อนขนานจุด  $O_2$  ไปทางขวา 3 หน่วย

$O_4$  เป็นจุดที่ได้จากการเลื่อนขนานจุด  $O_3$  ไปทางซ้าย 4 หน่วย

ทำการแปลงทางเรขาคณิตเช่นนี้เรื่อยไปจนกระทั่งได้จุด  $O_{2556}$  ซึ่งมีพิกัดคือ  $(a, 0)$

ค่าของ  $a$  เท่ากับเท่าใด

ก. 2556

ข. -2556

ค. 1278

ง. 0

จ. -1278



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555  
3<sup>rd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

23. กำหนดเส้นตรง  $L_1$  มีสมการคือ  $2ax + y = 1$   
และเส้นตรง  $L_2$  มีสมการคือ  $x - 4\sqrt{a}y = 2$

ถ้า  $L_1$  และ  $L_2$  ตั้งฉากกันแล้ว ค่าของ  $a$  ตรงกับข้อใด

ก. 1

ข. 2

ค. 3

ง. 4

จ. 5

24. กำหนดให้  $x$  เป็นจำนวนจริง และ  $y = \frac{\sqrt{|x| - 2013} + \sqrt{2013 - |x|}}{|2013 - x|}$

ข้อใดต่อไปนี้กล่าวได้ถูกต้องเกี่ยวกับค่าของ  $y$

ก.  $0 \leq y < 1$

ข.  $1 \leq y < 2$

ค.  $2 \leq y < 3$

ง.  $3 \leq y < 4$

จ. ตั้งแต่ข้อ ก. ถึง ง. ไม่มีข้อใดถูกต้อง



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555  
3<sup>rd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนที่ 4 ข้อ 25 – 29 ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 6 คะแนน  
ตอบผิด หรือไม่ตอบ 0 คะแนน

ในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่ไม่เป็นจำนวนเต็ม ให้ตอบเป็นจำนวนเต็มที่  
มีค่าใกล้เคียงที่สุด และในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่มีค่ามากกว่าห้าหลัก ให้  
ตอบเฉพาะตัวเลขในห้าหลักสุดท้าย

25. กำหนดให้  $x$  เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าไม่เกิน 2013  
จงหาว่ามีจำนวนเต็ม  $y$  กี่จำนวนที่สอดคล้องกับสมการ

$$y^2 = x(x + 1)(x + 2)(x + 3) + 1$$



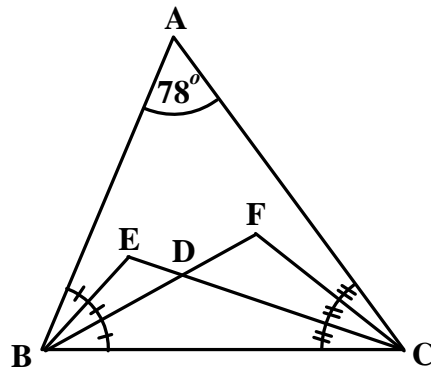
การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555  
3<sup>rd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

26. กำหนดให้  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมซึ่ง  $\angle BAC = 78^\circ$

มีจุด  $E$  และ  $F$  เป็นจุดภายในซึ่งทำให้  $BF$  และ  $CE$  ตัดกันที่จุด  $D$

$\angle ABE = \angle EBF = \angle FBC$  และ  $\angle ACF = \angle FCE = \angle ECB$  ดังรูป

จงหาค่าของ  $\angle BEC + \angle CFB + \angle EDF$







การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555  
3<sup>rd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

27. กำหนดให้  $x$  และ  $\frac{2013}{x}$  มีค่าเป็นจำนวนเต็มทั้งสองจำนวน ผลบวกของค่า  $x$  ที่เป็นไปได้ทั้งหมดเท่ากับเท่าใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555  
3<sup>rd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

28. กำหนดให้วงกลม  $C$  สามารถเขียนแทนด้วยสมการ  $x^2 + y^2 = 50$  ซึ่งมีกราฟเป็นรูปวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด และมีรัศมียาว  $\sqrt{50}$  หน่วย จุดที่อยู่บนกราฟของวงกลมดังกล่าวจะต้องสอดคล้องกับสมการของวงกลม

ตัวอย่างเช่น  $(1, 7)$  และ  $(7, 1)$  เป็นสองจุดที่แตกต่างกันและอยู่บนวงกลม จุดที่อยู่บนกราฟแต่จุด  $(2, 2)$  ไม่อยู่บนกราฟ เป็นต้น

จงหาว่าจุด  $(a, b)$  ซึ่งเป็นจุดที่อยู่บนวงกลมโดยที่  $a$  หรือ  $b$  มีค่าเป็นจำนวนเต็ม มีทั้งหมดกี่จุด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555  
3<sup>rd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

29. กำหนดให้  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมุมฉากที่มี  $AB = AC$  และ  $BC = 8$  หน่วย  
มี  $M$  เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน  $BC$

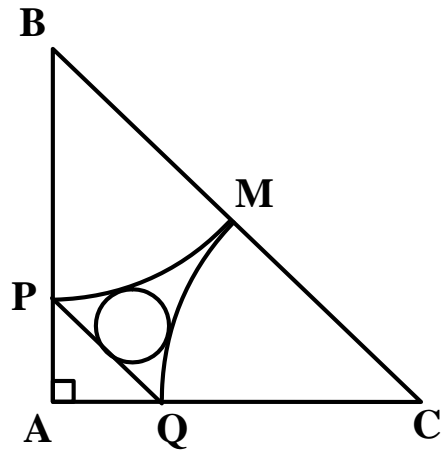
สร้างส่วนโค้งของวงกลมโดยใช้  $B$  เป็นจุดศูนย์กลางรัศมียาวเท่ากับ  $BM$  ตัดกับด้าน  $AB$   
และ  $BC$  ที่จุด  $P$  และ  $M$  ตามลำดับ

สร้างส่วนโค้งของวงกลมโดยใช้  $C$  เป็นจุดศูนย์กลางรัศมียาวเท่ากับ  $CM$  ตัดกับด้าน  $AC$   
และ  $BC$  ที่จุด  $Q$  และ  $M$  ตามลำดับ

จากนั้นลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุด  $P$  และ  $Q$

ถ้ามีวงกลมวงหนึ่งสัมผัสกับส่วนของเส้นตรง  $PQ$  และสัมผัสภายนอกกับส่วนโค้งที่มี  $B$   
และ  $C$  เป็นจุดศูนย์กลางดังรูป และ รัศมีของวงกลมสามารถเขียนได้ในรูปของ  $a - \sqrt{b}$  โดยที่  $a$   
และ  $b$  ต่างเป็นจำนวนเฉพาะ

จงหาค่าของ  $a + b$





การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555  
3<sup>rd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

ข้อบั่น (นักเรียนเลือกทำ หรือไม่ทำก็ได้)

ตอบถูกจะได้ 15 คะแนน

ตอบผิด -5 คะแนน ไม่ตอบ 0 คะแนน

30. กำหนดให้  $x$  เป็นจำนวนจริงซึ่ง  $0 < x < 1$

เมื่อเขียน  $x$  ในรูปทศนิยมจะได้เป็น  $0.x_1x_2x_3x_4x_5x_6\dots$  โดยที่  $x_1, x_2, x_3, \dots$  เป็นเลขโดด

ตัวอย่างเช่น  $\frac{2}{5}$  เขียนแทนด้วย  $0.4000000\dots$

$\frac{17}{99}$  เขียนแทนด้วย  $0.1717171717\dots$

$\frac{73}{990}$  เขียนแทนด้วย  $0.073073073\dots$

กำหนดให้วิธีการสร้างจำนวนใหม่นี้ถูกเรียกว่า ทศนิยมค่าเฉลี่ย (Averaging Decimal) ดังนี้

ขั้นที่หนึ่ง กำหนดค่าของ  $0.x_1x_2x_3x_4x_5x_6\dots$

ขั้นที่สอง ทำการคำนวณเพื่อหาค่า  $y_1, y_2, y_3, \dots$

$$\text{โดยที่ } y_i = \frac{x_i + x_{i+1}}{2} \text{ สำหรับทุก } i = 1, 2, 3, 4, \dots$$

ในกรณีที่คำนวณค่าของ  $y_i$  แล้วไม่เป็นจำนวนเต็มให้ปัดเศษทิ้งนำเฉพาะส่วนที่เป็น

จำนวนเต็มมาเป็นค่าของ  $y_i$  เราจะเรียก  $0.y_1y_2y_3y_4y_5\dots$  ว่าเป็นทศนิยมค่าเฉลี่ยของ  $x$

เช่น  $x = 0.500000\dots$  จะได้ทศนิยมค่าเฉลี่ยเป็น  $0.200000\dots$

และ  $x = 0.747474\dots$  จะได้ทศนิยมค่าเฉลี่ยของ  $x$  เป็น  $0.555555\dots$

เมื่อกำหนดให้  $a_1 = \frac{1}{7}$  และทำการหาทศนิยมค่าเฉลี่ยได้เป็น  $a_2$

แล้วนำ  $a_2$  มาหาทศนิยมค่าเฉลี่ยได้เป็น  $a_3$

จากนั้นนำ  $a_3$  มาหาทศนิยมค่าเฉลี่ยได้เป็น  $a_4$

ดำเนินการเช่นนี้เรื่อยไป

กล่าวคือ  $a_{n+1}$  เป็นทศนิยมค่าเฉลี่ยของ  $a_n$  สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก  $n$  ใดๆ

จงหาค่าของ  $9999 \times a_{9999}$