



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553  
1<sup>st</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนต้นนี้ ข้อ 1 - 12 ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 4 คะแนน

ไม่ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 1 คะแนน ตอบผิด 0 คะแนน

1. ข้อความต่อไปนี้มีถูกต้องกี่ข้อความ

(1)  $2^{2^0} + 2^{2^0} = 2^{2^1}$

(2)  $2^{2^0} - 2^{2^0} = 0^{2^0}$

(3)  $2^{2^0} \cdot 2^{2^0} = 2^{4^0}$

(4)  $2^{2^0} \div 2^{2^0} = 2^{0^0}$

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3

จ. 4

2. ถ้า  $x, y$  และ  $z$  เป็นจำนวนจริง ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข

$$\log_2(\log_3(\log_4(xyz))) = \log_3(\log_4(\log_2(xy))) = \log_4(\log_3(\log_2(x))) = 0$$

แล้ว ค่าของ  $x + y + z$  เท่ากับเท่าใด

ก. 10

ข. 12

ค. 14

ง. 16

จ. 18



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553  
1<sup>st</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

3. ให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับสมการ

$$\cos(a + b) = \frac{2}{5} \text{ และ } \cos(a - b) = \frac{5}{6}$$

จงหาค่าของ  $\tan a \cdot \tan b$

ก.  $-\frac{37}{13}$

ข.  $-\frac{13}{37}$

ค.  $\frac{13}{37}$

ง. 1

จ.  $\frac{37}{13}$

4. ค่าของ  $\frac{\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)}{\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)}$  เท่ากับเท่าใด

ก. -3

ข. -1

ค. 1

ง. 2

จ. 3





การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553  
1<sup>st</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

7. กำหนดให้  $z = x + yi$  และ  $\frac{1}{z} = \frac{1}{3 + 4i} + \frac{1}{7 + i}$  เมื่อ  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริง

แล้ว จงหาค่าของ  $x^2 + y^2$

ก. 10

ข. 13

ค. 20

ง. 25

จ. 37

8. จำนวนเต็มที่ถูกหารด้วย 4 ลงตัว ร้อยหลักสุดท้ายของจำนวนนั้นจะต้องถูกหารด้วย 4 ลงตัว ตัวอย่างเช่น 16608 เป็นจำนวนที่ถูกหารด้วย 4 ลงตัว เพราะร้อยหลักสุดท้ายของ 16608 คือ 08 ถูกหารด้วย 4 ลงตัว

จากเลขโดด 1, 2, 3, 4, 5, 6 นำมาสร้างจำนวนห้าหลัก โดยที่แต่ละหลักมีค่าไม่ซ้ำกัน และเป็นจำนวน ซึ่งถูกหารด้วย 4 ลงตัว ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

ก. 60

ข. 72

ค. 84

ง. 96

จ. 108



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553  
1<sup>st</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

9. กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอลไว้ 10 ลูก โดยเขียนหมายเลขกำกับไว้ตั้งแต่ 1–10  
ลูกละหนึ่งหมายเลข

สุ่มหยิบลูกบอลขึ้นมาจากกล่อง 5 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่ค่ามัธยฐานของหมายเลขที่เขียนไว้  
บนลูกบอลทั้ง 5 ลูก มีค่าเท่ากับ 5

ก.  $\frac{4}{21}$

ข.  $\frac{5}{21}$

ค.  $\frac{6}{21}$

ง.  $\frac{7}{21}$

จ.  $\frac{8}{21}$

10. ถ้าต้องการนำลูกสฟูกเกอร์ 21 ลูก มาวางเรียงในลักษณะ ดังรูป  
โดยไม่ให้ลูกสฟูกเกอร์ที่อยู่ติดกันมีสีเหมือนกันแล้ว

จงหาว่าจะต้องใช้ลูกสฟูกเกอร์ที่มีสีแตกต่างกันอย่างน้อยที่สุดกี่สี

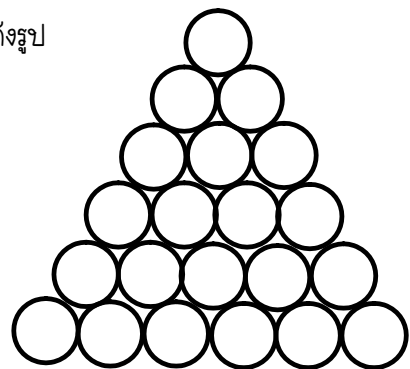
ก. 7 สี

ข. 6 สี

ค. 5 สี

ง. 4 สี

จ. 3 สี







การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553  
1<sup>st</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

12. กำหนด  $a$  เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ

จงหาว่าพื้นที่ที่ถูกปิดล้อมด้วยกราฟของสมการทั้งหมดต่อไปนี้ไปจนถึงรูปี่เหลี่ยม

(1)  $-a \leq x + y \leq a$

(2)  $-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}$

และ (3)  $x \geq y$

ก. 3 เหลี่ยม

ข. 4 เหลี่ยม

ค. 5 เหลี่ยม

ง. 6 เหลี่ยม

จ. 7 เหลี่ยม



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553  
1<sup>st</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนที่ 1 ข้อ 13 - 24 ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 6 คะแนน

ไม่ตอบได้คะแนนข้อละ 1.5 คะแนน ตอบผิด 0 คะแนน

13. กำหนด  $a$  เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่ง  $0.9 < a < 0.9$

ถ้า  $b = a^a$  และ  $c = a^b$  แล้ว ข้อสรุปใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก.  $a < b < c$

ข.  $a < c < b$

ค.  $b < a < c$

ง.  $b < c < a$

จ.  $c < a < b$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553  
1<sup>st</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

14. กำหนด

$A = (\log \tan 3^\circ)(\log \tan 6^\circ)(\log \tan 9^\circ)(\log \tan 12^\circ) \dots (\log \tan 84^\circ)(\log \tan 87^\circ)$   
ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้เป็นที่ถูกต้อง

ก.  $A < -1$

ข.  $A = -1$

ค.  $A = 0$

ง.  $A = 1$

จ.  $A > 1$

15.  $\arcsin(\sin 5)$  มีค่าอยู่ในช่วงใดต่อไปนี้เป็นที่

ก.  $[-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4})$

ข.  $(-\frac{\pi}{4}, 0]$

ค.  $(0, \frac{\pi}{4}]$

ง.  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$

จ.  $(\frac{\pi}{2}, \infty)$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553  
1<sup>st</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

16. กำหนด  $A = \{\theta / \sec^2 \theta = 4 ; \theta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]\}$

ถ้า  $a$  คือสมาชิกตัวที่มีค่ามากที่สุดในเซต  $A$  และ  $b$  คือสมาชิกตัวที่มีค่าน้อยที่สุดในเซต  $A$

แล้ว  $a - b$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก.  $\pi$

ข.  $\frac{7\pi}{6}$

ค.  $\frac{4\pi}{3}$

ง.  $\frac{3\pi}{2}$

จ.  $\frac{5\pi}{3}$

17. ในสามเหลี่ยม  $ABC$  มุม  $A$  มีค่ามากกว่ามุม  $B$  อยู่  $90^\circ$

ถ้าความยาวของด้านตรงข้ามมุม  $A$  เป็นสองเท่าของความยาวของด้านตรงข้ามมุม  $B$

แล้ว  $\sin C$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$

ข.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$

ค.  $\frac{2}{5}$

ง.  $\frac{3}{5}$

จ.  $\frac{4}{5}$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553  
1<sup>st</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

18. ให้  $ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส  $M$  และ  $N$  เป็นจุดบนด้าน  $BC$  และ  $CD$  ตามลำดับ

โดยที่  $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MC}$  และ  $\overrightarrow{DN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{NC}$

ถ้าให้  $\vec{u} = \overrightarrow{AM}$  และ  $\vec{v} = \overrightarrow{AN}$  แล้ว  $\overrightarrow{AB}$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $\frac{12}{11}\vec{u} - \frac{3}{11}\vec{v}$

ข.  $\frac{9}{8}\vec{u} - \frac{3}{8}\vec{v}$

ค.  $\frac{8}{7}\vec{u} - \frac{2}{7}\vec{v}$

ง.  $\frac{7}{6}\vec{u} - \frac{2}{6}\vec{v}$

จ.  $\frac{6}{5}\vec{u} - \frac{2}{5}\vec{v}$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553  
1<sup>st</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

19. ถ้า  $|\bar{u}| = 2$ ,  $|\bar{v}| = 3$  และ  $|2\bar{u} - \bar{v}| = \sqrt{35}$

แล้ว  $|\bar{u} - 2\bar{v}|$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $\sqrt{30}$

ข.  $2\sqrt{10}$

ค.  $3\sqrt{5}$

ง.  $5\sqrt{2}$

จ.  $2\sqrt{15}$

20. กำหนดให้  $z_1^2 \cdot z_2 = 1 + i$  และ  $z_1 \cdot z_2^2 = 1 - i$

ค่าของ  $\left| \frac{1}{z_1} - \frac{1}{z_2} \right|$  เท่ากับเท่าใด

ก. 1

ข.  $\sqrt[3]{2}$

ค.  $\sqrt[3]{4}$

ง.  $\sqrt{2}$

จ. 2



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553  
1<sup>st</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

21. กำหนดให้  $z_1, z_2, z_3$  และ  $z_4$  เป็นรากทั้งสี่ของสมการ  $2z^4 + 1 = \sqrt{3}i$   
โดยที่  $z_1, z_2, z_3$  และ  $z_4$  ตกอยู่ในควอดรันต์ที่ 1, 2, 3 และ 4 ตามลำดับ

แล้ว  $z_1 - \frac{z_4}{z_2 \cdot z_3}$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $-\sqrt{3}i$

ข.  $-i$

ค.  $i$

ง.  $-\sqrt{3}$

จ.  $\sqrt{3}$





การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553  
1<sup>st</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

24. ให้  $N = 71^5 - 5 \cdot 71^4 + 10 \cdot 71^3 - 10 \cdot 71^2 + 5 \cdot 71 - 1$

จำนวนของตัวหารที่เป็นบวกของ  $N$  เท่ากับเท่าใด

ก. 3

ข. 5

ค. 69

ง. 125

จ. 216

ตอนที่ 4 ข้อ 25 - 29 ตอบถูกได้คะแนนข้อละ 6 คะแนน

ตอบผิด หรือไม่ตอบ 0 คะแนน

25. ถ้า  $A = \{x \in \mathbb{R} / \frac{\log_2(x-33)}{2 + \log_2 3} = 2\}$

และ  $B = \{x \in \mathbb{R} / 2 \log(2-x) = \log(x+10)\}$

แล้ว ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต  $A \cup B$  มีค่าเท่ากับเท่าใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553  
1<sup>st</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

26. ลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่ง แต่ละพจน์มีค่าเป็นจำนวนจริง  
ถ้าผลบวกของสองพจน์แรกมีค่าเท่ากับ 11 และผลบวกของหกพจน์แรกมีค่าเท่ากับ 2013  
แล้ว ผลบวกของสี่พจน์แรกของลำดับชุดนี้เท่ากับเท่าใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553  
1<sup>st</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

27. ถ้าหนด  $\bar{c}$  และ  $\bar{v}$  เป็นเวกเตอร์ใดๆ ที่ต่างไม่เท่ากับ  $\bar{0}$  และ  $x$  เป็นจำนวนเต็มที่ทำให้

$$x^2(\bar{c} - \bar{v}) = 4\bar{c} - 9x\bar{v}$$

ถ้า  $\bar{c}$  ขนานกับ  $\bar{v}$  แต่มีทิศตรงกันข้าม

แล้ว ผลบวกของจำนวนเต็ม  $x$  ทั้งหมดที่สอดคล้องเงื่อนไขดังกล่าวมีค่าเท่ากับเท่าใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553  
1<sup>st</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

28. กำหนดฟังก์ชัน  $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$  เมื่อ  $a, b, c, d$  และ  $e$  เป็นจำนวนจริง

ถ้า  $f(\sqrt{5} - 2) = 0$ ,  $f(2) = 0$ ,  $x - 1$  และ  $x + 1$  หาร  $f(x)$  เฉพาะ 84 และ 216 ตามลำดับ โดยที่  $i^2 = -1$  แล้ว  $x + 2$  หาร  $f(x)$  เฉพาะเท่ากับเท่าใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553  
1<sup>st</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

29. จากเลขโดด 0 ถึง 9 จะนำมาสร้างจำนวนหนึ่งที่มีห้าหลัก โดยที่แต่ละหลักมีค่าไม่ซ้ำกันได้ทั้งหมดเท่ากับ  $9 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 27216$  จำนวน  
เมื่อนำจำนวนทั้งหมดที่สร้างได้มาเรียงค่าน้อยไปมากจะได้ลำดับจำกัด  
 $10234, 10235, 10236, \dots, 98764, 98765$   
จำนวนที่อยู่ในลำดับที่ 10000 เมื่อเรียงค่าน้อยไปมาก คือจำนวนใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553  
1<sup>st</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

ข้อโบนัซ (เว็อกทำนร้อไม่ทำก็ได๋)

ตอบถูกจะได้ 15 คะแนน

ตอบผิด -5 คะแนน ไม่ตอบ 0 คะแนน

30. กำหนด  $A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{\sqrt{2011 - 2010x - x^2}}{25 + x} \leq \frac{\sqrt{2011 - 2010x - x^2}}{54 - x} \right\}$

$$B = \{ x \in \mathbb{R} / \log_{\frac{1}{5}}(4 - \log_{\frac{1}{3}}(2 - x)) \leq 0 \}$$

$$\text{และ } C = \{ c \in \mathbb{I} / c \in A \cap B \}$$

ผลบวกของค่าสัมบูรณ์ของสมาชิกทุกตัวใน  $C$  มีค่าเท่ากับเท่าใด