



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 7

ตอนที่หนึ่ง ข้อ 1 – 12 ตอบถูกได้คะแนนข้อละ 4 คะแนน

ไม่ตอบได้คะแนนข้อละ 1 คะแนน ตอบผิด 0 คะแนน

1. กำหนดให้ x เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับสมการ $x^2 - x = 2561^2 - 2561$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- A. สมการข้างต้นมีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงเพียงคำตอบเดียวเท่านั้นคือ $x = 2561$
- B. สมการข้างต้นมีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงสองคำตอบและผลบวกของทั้งสองคำตอบนั้นคือ 1
- C. สมการข้างต้นมีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงเพียงคำตอบเดียวเท่านั้นคือ $x = -2561$
- D. สมการข้างต้นมีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงสองคำตอบและผลบวกของทั้งสองคำตอบนั้นคือ -1
- E. สมการข้างต้นไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง

2. กำหนดให้ $P(x) = \frac{x^8 - 1}{x^2 + 1}$

แล้ว จงตรวจสอบว่าพหุนาม $Q(x)$ ในข้อใดต่อไปนี้ทำให้ข้อความ “ $Q(x)$ หาร $P(x)$ ลงตัว” เป็นเท็จ

- A. $x - 1$
- B. $x + 1$
- C. $x^2 - 1$
- D. $x^2 + 1$
- E. $x^4 + 1$

3. กำหนดให้ x เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับสมการ

$$(x - 2)(x - 0)(x - 1)(x - 8) = (x - 2)(x - 5)(x - 6)(x - 1)$$

จงหาผลบวกของจำนวนจริง x ที่เป็นไปได้ทุกค่าซึ่งสอดคล้องกับสมการข้างต้น

- A. 10
- B. 11
- C. 12
- D. 13
- E. 14



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 7

4. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีความยาวด้านตรงข้ามมุม A, B, C คือ a, b, c หน่วยตามลำดับ โดยที่ $a < b < c$

วงกลมที่แนบในสามเหลี่ยมสัมผัสกับด้าน AB, BC, CA ที่จุด D, E, F ตามลำดับ ความสัมพันธ์ในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- A. $AF < CE < BD$ B. $AF < BD < CE$ C. $BD < AF < CE$
D. $CE < AF < BD$ E. $CE < BD < AF$

5. กำหนดให้กรวยกลมตรงอันหนึ่งมีรัศมีของวงกลมที่ฐานยาว r หน่วย และสูงตรงยาว h หน่วย ปริมาตรของกรวยกลมตรงนี้เท่ากับปริมาตรของทรงกลมใบหนึ่งที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว r หน่วยแล้ว ค่าของ $h : r$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- A. 1 : 3 B. 1 : 2 C. 1 : 1
D. 2 : 1 E. 4 : 1

6. ถ้าวงกลมที่ล้อมรอบสี่เหลี่ยมมุมฉาก $ABCD$ มีรัศมียาว 10 หน่วยแล้ว ค่าของ $AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 + AC^2 + BD^2$ เท่ากับเท่าใด

- A. 600 B. 800 C. 1000
D. 1200 E. 1600



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 7

7. กำหนดให้ I, T, M, C เป็นเลขโดดที่ต่างกันซึ่ง $I \cdot T \cdot M \cdot C = 720$
จงหาค่าที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ของ $I + T + M + C$

A. 24
D. 21

B. 23
E. 20

C. 22

8. พิจารณา 18 สามารถเขียนได้ในรูปผลบวกของจำนวนเต็มบวกที่เท่ากัน ได้หลายแบบ

ตัวอย่าง เช่น $18 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$

$$18 = 6 + 6 + 6$$

$$18 = 9 + 9$$

$$18 = 1 + 1 + 1 + 1 + \dots + 1 \text{ (มีเลข 1 อยู่ 18 ตัว)}$$

เป็นการเขียน 18 ในรูปผลบวกจำนวนเต็มบวกเขียนได้ในรูปผลบวกของจำนวนเต็มบวกที่เท่ากัน

แต่ $18 = 4 + 4 + 4 + 6$ และ $18 = 18$ ไม่ถือว่าเป็นผลบวกของจำนวนเต็มที่เท่ากัน

จงหาว่า 456 สามารถเขียนในรูปผลบวกของจำนวนเต็มที่เท่ากันได้ทั้งหมดกี่แบบ

A. 7
D. 15

B. 8
E. 16

C. 14



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 7

9. เมื่อสร้างลำดับของจำนวนเต็มให้สอดคล้องตามเงื่อนไขต่อไปนี้

จำนวนที่หนึ่งคือ 20 และ จำนวนที่สองคือ 18

จำนวนที่สาม เท่ากับ ผลบวกของจำนวนที่หนึ่ง กับ ห.ร.ม.ของจำนวนที่หนึ่งกับจำนวนที่สอง

จำนวนที่สี่ เท่ากับ ผลบวกของจำนวนที่สอง กับ ห.ร.ม.ของจำนวนที่สองกับจำนวนที่สาม

จำนวนที่ห้า เท่ากับ ผลบวกของจำนวนที่สาม กับ ห.ร.ม.ของจำนวนที่สามกับจำนวนที่สี่

...

เมื่อสร้างจำนวนตามแบบรูปที่กำหนดนี้เรื่อยไป

จงหาว่า ค.ร.น. ของจำนวนที่ยี่สิบของลำดับชุดนี้ กับ จำนวนที่สิบแปดของลำดับชุดนี้มีค่าเท่ากับ

เท่าใด

A. 1536

B. 2018

C. 3072

D. 3600

E. 4036

10. ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างข้อมูลต่อไปนี้

จำนวนเต็มบวกสี่หลัก 1234 เมื่อตัดเลขโดดในหลักหน่วยออกไปเลขโดดที่เหลือจะเป็นจำนวนเต็มบวกสามหลักคือ 123 หรือเมื่อตัดเลขโดดในหลักร้อยออกไปเลขโดดที่เหลือจะเป็นจำนวนเต็มบวกสามหลักคือ 134

จากข้อมูลข้างต้น

ให้ i คือจำนวนเต็มบวกสามหลักที่ได้จากการตัดเลขโดดในหลักพันออกจาก 2561

t คือจำนวนเต็มบวกสามหลักที่ได้จากการตัดเลขโดดในหลักร้อยออกจาก 2561

m คือจำนวนเต็มบวกสามหลักที่ได้จากการตัดเลขโดดในหลักสิบออกจาก 2561

c คือจำนวนเต็มบวกสามหลักที่ได้จากการตัดเลขโดดในหลักหน่วยออกจาก 2561

จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของ i, t, m, c

A. 332.25

B. 332.75

C. 333

D. 342.25

E. 342.75



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 7

11. โยนลูกเต๋าสองลูกพร้อมกันครั้งหนึ่ง

ให้ p แทนความน่าจะเป็นที่ผลคูณของหมายเลขบนหน้าลูกเต๋าทิ้งสองที่หงายเป็นจำนวนคู่ และ q แทนความน่าจะเป็นที่ผลคูณของหมายเลขบนหน้าลูกเต๋าทิ้งสองที่หงายเป็นจำนวนคี่ จงหาค่าของ $p - q$

A. $\frac{1}{6}$
D. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{1}{4}$
E. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{1}{2}$

12. ในงานเลี้ยงต้อนรับปีใหม่ของบริษัทแห่งหนึ่งประกอบด้วยพนักงานชายและพนักงานหญิงจำนวนหนึ่ง และ พนักงานทุกคนในบริษัทนี้มาร่วมงานเลี้ยงนี้ครบทุกคน

ในงานเลี้ยงนี้ทุกคนที่มาร่วมงานต้องทำกิจกรรมกัน โดยที่แต่ละคนจะต้องจับคู่เต้นรำกับคนอื่นๆทุกคนที่อยู่ในงานนี้คนละหนึ่งครั้ง และมี นายวสิน และนางอรุณา อยู่ในงานด้วย

ถ้า อัตราส่วนของจำนวนครั้งที่นายวสินเต้นรำกับผู้ชายต่อจำนวนครั้งที่นายวสินเต้นรำกับผู้หญิงเท่ากับ $8 : 1$ และ อัตราส่วนของจำนวนครั้งที่นางอรุณาเต้นรำกับผู้ชายต่อจำนวนครั้งที่นางอรุณาเต้นรำกับผู้หญิงเท่ากับ $11 : 1$

แล้ว จงหาว่าบริษัทแห่งนี้มีพนักงานอยู่ทั้งหมดกี่คน

A. 38
D. 32

B. 37
E. 30

C. 36



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 7

ตอนที่สอง ข้อ **13 – 24** ตอบถูกได้คะแนนข้อละ **6** คะแนน

ไม่ตอบได้คะแนนข้อละ **1.5** คะแนน ตอบผิด **0** คะแนน

13. กำหนดให้ $P(x) = x^3 + Ax^2 + Bx + 2018$

ถ้า $P(x)$ ถูกหารด้วย $x^2 - 1008x + 1009$ ได้ลงตัว

แล้ว เศษที่เกิดจากการหาร $P(x)$ ด้วย $x + 1$ เท่ากับเท่าใด

- A. 0 B. 1003 C. 2018
D. 3051 E. 4018

14. กำหนดให้ x, y เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับระบบสมการ

$$(x - y)(x + y)^2 - xy(x - y) = 49$$

$$(x + y)(x - y)^2 + xy(x + y) = 76$$

จงหาค่าของ $4x^3 + 4y^3$

- A. 76 B. 152 C. 196
D. 294 E. 304

15. กำหนดให้ x, y เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับระบบสมการ

$$\sqrt{20}x + \sqrt{18}y = 2561$$

$$\sqrt{18}x + \sqrt{20}y = 2018$$

จงหาค่าของ $x^2 - y^2$

- A. $\frac{1}{2}(2561^2 - 2018^2)$ B. $\frac{1}{2}(2561^2 + 2018^2)$ C. $\frac{2561^2 - 2018^2}{(\sqrt{20} + \sqrt{18})^2}$
D. $\frac{1}{38}(2561^2 - 2018^2)$ E. $\frac{1}{38}(2561^2 + 2018^2)$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 7

16. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี B เป็นมุมฉาก มีด้าน AC ยาว 20 หน่วย และมีความยาวรอบรูป ABC เท่ากับ 42 หน่วย จงหาว่ารัศมีของวงกลมที่แนบในสามเหลี่ยม ABC มีความยาวกี่หน่วย

- A. 1 B. 1.5 C. 2
D. 2.5 E. ข้อมูลไม่เพียงพอต่อการหาคำตอบ

17. กำหนดให้พาราโบลารูปหนึ่งมีสมการคือ $y = ax^2 + bx + c$ โดยที่ a, b, c เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $a < 0$ และ $b^2 > 4ac$

ข้อใดต่อไปนี้คือระยะห่างระหว่างจุดตัดแกน x ทั้งสองจุด

- A. $-\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ B. $-\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$ C. $-\frac{b}{2a}$
D. $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$ E. $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 7

18. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่ $BA = BC = 2$ หน่วย และ CA ยาวกว่า BC ใช้วงเวียนสร้างวงกลมโดยใช้ C เป็นจุดศูนย์กลาง มีรัศมียาว BC วงกลมตัดกับด้าน CA ที่จุด D ต่อด้าน AB ออกไปทาง B ตัดกับเส้นรอบวงที่จุด E ปรากฏว่า B เป็นจุดกึ่งกลางของ AE

แล้ว จงหาว่า BDC มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย

A. $\sqrt{5}$

B. 2

C. $\sqrt{3}$

D. $\sqrt{2}$

E. 1

19. เมื่อกำหนดเศษส่วนอย่างต่ำมาให้สองจำนวน $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ โดยที่ a, b, c, d เป็นจำนวนเต็มบวก

กำหนดให้ Median fraction ของ $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ หมายถึงค่าของเศษส่วนอย่างต่ำของ $\frac{a+c}{b+d}$

ตัวอย่างเช่น Median fraction ของ $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ มีค่าเท่ากับ $\frac{1+2}{3+3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ให้ m, n เป็นจำนวนเต็มบวกที่ทำให้ Median fraction ของ $\frac{1}{m}, \frac{1}{n}$ มีค่าเท่ากับ $\frac{1}{2018}$

จงหาว่าจำนวนคู่อันดับ (m, n) ที่ $m < n$ มีอยู่กี่คู่

A. 2017

B. 2018

C. 2019

D. 4036

E. 4035



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 7

20. พิจารณาลำดับของจำนวนเต็มดังนี้ $1, 3, 4, 7, 11, 18, \dots$ ซึ่งจะพบว่าตั้งแต่จำนวนในลำดับที่สามเป็นต้นไปจะเท่ากับผลบวกของสองจำนวนในลำดับก่อนหน้า

จงหาว่าจำนวนในลำดับที่ 50 ถูกหารด้วย 4 เหลือเศษเท่ากับเท่าใด

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

E. ข้อมูลไม่เพียงพอต่อการหาคำตอบ

21. กำหนดให้ $m!$ แทนผลคูณของจำนวนเต็มบวก n จำนวนแรก

กำหนดให้ m เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าไม่เกิน 2018

จงหาว่ามี m ทั้งหมดกี่จำนวนที่ทำให้ $m \times 20! \times 18!$ เป็นจำนวนกำลังสองสมบูรณ์

A. 1

B. 2

C. 4

D. 8

E. 16



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 7

22. กำหนดให้ “จำนวน *ITMC*” คือจำนวนเต็มบวกที่เลขโดดในแต่ละหลักแตกต่างกันหมด และมีสมบัติว่า “ผลบวกของเลขโดดสามตัวใดๆ ที่ต่างกันจากสี่ตัวเป็นจำนวนเฉพาะเสมอ”

ตัวอย่างเช่น 2019 ผลบวกของเลขโดดสามตัวใดๆ ได้แก่

$$2 + 0 + 1 = 3 \text{ เป็นจำนวนเฉพาะ}$$

$$2 + 0 + 9 = 11 \text{ เป็นจำนวนเฉพาะ}$$

$$2 + 1 + 9 = 12 \text{ ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ จึงสรุปได้ทันทีว่า 2019 ไม่เป็นจำนวน } ITMC$$

จงหาว่ามีจำนวนสี่หลักที่เป็นจำนวน *ITMC* ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่จำนวน

- A. 0
D. 24

- B. 6
E. 36

- C. 12

23. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $a \neq b$

ให้ O เป็นจุดกำเนิดและเส้นตรงที่มีสมการคือ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ตัดแกน x ที่จุด A และตัดแกน y ที่จุด B

ถ้าพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม OAB เท่ากับ 32 ตารางหน่วย

แล้ว จงหาว่ามีสมการเส้นตรงที่สอดคล้องเงื่อนไขดังกล่าวได้ทั้งหมดกี่สมการ

- A. 13
D. 28

- B. 14
E. 30

- C. 26



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 7

24. ทำการโยนลูกเต๋าลูกหนึ่งครั้งหนึ่งอย่างสุ่ม โดยที่แต่ละหน้ามีโอกาสหงายขึ้นเท่าๆกัน ถ้า k แทนหมายเลขที่ลูกเต๋าทิ้ง

แล้ว ความน่าจะเป็นที่พาราโบลา $y = x^2 + kx + 1$ ตัดแกน x สองจุดเท่ากับเท่าใด

A. $\frac{1}{4}$
D. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{1}{3}$
E. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

ตอนที่สาม ข้อ 25 – 29 ตอบถูกได้คะแนนข้อละ 7 คะแนน

ตอบผิด หรือไม่ตอบ 0 คะแนน

ในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่ไม่เป็นจำนวนเต็ม ให้ตอบเป็นจำนวนเต็มที่มีค่าใกล้เคียงที่สุด และในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่มีค่ามากกว่าห้าหลัก ให้ตอบเฉพาะตัวเลขในห้าหลักสุดท้าย

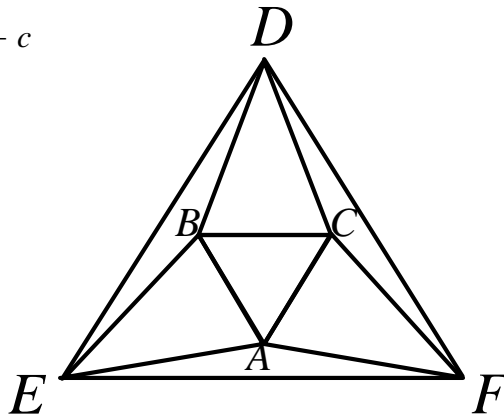
25. จงหาจำนวนจริงบวก p ที่มีค่าน้อยที่สุดที่ทำให้สมการ $(p - 3)x^2 - 2px + 6p = 0$ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงเพียงคำตอบเดียว

การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 7

26. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่ยาวด้านละ 10 หน่วย โดยที่แต่ละด้านของสามเหลี่ยม ABC ขนานกับด้านของสามเหลี่ยม DEF และอยู่ภายในสามเหลี่ยม DEF โดยที่ $DB = DC = EB = EA = FC = FA = 13$ หน่วย ดังรูป

ถ้าความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม DEF สามารถเขียนได้ในรูป $a + b\sqrt{c}$ โดยที่ a, b เป็นจำนวนเต็มบวก และ c เป็นจำนวนเฉพาะบวก

แล้ว จงหาค่าของ $a + b + c$





การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 7

27. กำหนดให้โยนลูกเต๋าลูกหนึ่งสามครั้ง

หมายเลขของลูกเต๋าคี่ที่หงายในการโยนครั้งที่ 1 บันทึกไว้ให้เป็น t

และ หมายเลขของลูกเต๋าคี่ที่หงายในการโยนครั้งที่ 2 บันทึกไว้ให้เป็น m

และ หมายเลขของลูกเต๋าคี่ที่หงายในการโยนครั้งที่ 3 บันทึกไว้ให้เป็น c

จงหาจำนวนของสามสิ่งอันดับ (t, m, c) ทั้งหมดที่ชุดที่ได้จากการโยนลูกเต๋าทิ้งสามลูกข้างต้น

และสอดคล้องกับเงื่อนไข $t^2(c - m) + m^2(t - c) + c^2(m - t) = 0$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 7

28. กำหนดให้ $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9}$ แทนการเขียนจำนวนเต็มบวก 9 หลักในระบบเลขฐานสิบที่มี $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9$ เป็นเลขโดดในแต่ละหลัก

จงหาว่ามีอยู่ทั้งหมดกี่จำนวนที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ครบทุกข้อ

- (1) $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9$ เป็นเลขโดดที่ต่างกันหมดและไม่เท่ากับศูนย์
- (2) a_5 คือเลขโดด 5
- (3) a_1, a_2, a_3 ทุกจำนวนมีค่าน้อยกว่า 5
- (4) a_7, a_8, a_9 ทุกจำนวนมีค่ามากกว่า 5

29. จำนวนเต็มบวกที่แตกต่างกัน ซึ่งเป็นตัวหารของ $80^4 + 81^4 + 1$ มีทั้งหมดกี่จำนวน



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 7

ข้อโบนัส นักเรียนเลือกทำ หรือไม่ทำก็ได้

ถ้าตอบถูกจะได้ 20 คะแนน ตอบผิด -7 คะแนน ไม่ตอบ 0 คะแนน

ในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่ไม่เป็นจำนวนเต็ม ให้ตอบเป็นจำนวนเต็มที่มีค่าใกล้เคียงที่สุด และในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่มีค่ามากกว่าห้าหลัก ให้ตอบเฉพาะตัวเลขในห้าหลักสุดท้าย

30. เกมสลับกระดานโชคดี (Lucky Draw) เป็นเกมสลับกระดานที่ละใบตามลำดับ โดยที่อุปกรณ์การเล่นคือ มีกระดานอยู่ทั้งหมด 9 ใบ เขียนหมายเลข 1 ถึง 9 ใบละหนึ่งหมายเลข วางหงายอยู่บนโต๊ะ



กติกาในการหยิบเป็นดังนี้

- (1) เมื่อเริ่มเกมสลับในแต่ครั้งผู้เล่นสามารถหยิบกระดานได้เพียงใบเดียวที่ยังเหลืออยู่บนโต๊ะและกระดานที่หยิบไปแล้วไม่ต้องนำกลับไปวางไว้บนโต๊ะอีก
- (2) กระดานที่เขียนหมายเลข 9 จะต้องถูกหยิบเป็นใบสุดท้ายเสมอ ส่วนกระดานใบแรกเป็นใบใดก็ได้
- (3) กระดานที่หยิบในแต่ละครั้ง หมายเลขที่หยิบจะต้องมีค่าต่างกับหมายเลขของกระดานที่หยิบในครั้งก่อนหน้าอยู่ไม่เกิน 2

ตัวอย่างลำดับต่อไปนี้เป็นลำดับการหยิบที่ถูกต้อง

- เช่น แบบที่ 1 หยิบกระดานหมายเลข 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ตามลำดับ
แบบที่ 2 หยิบกระดานหมายเลข 2, 1, 3, 4, 6, 5, 7, 8, 9 ตามลำดับ
แบบที่ 3 หยิบกระดานหมายเลข 1, 2, 4, 3, 5, 7, 6, 8, 9 ตามลำดับ

จงหาว่ามีลำดับในการหยิบที่ถูกต้องได้ต่างกันทั้งหมดกี่แบบ

(นับรวมแบบที่ตัวอย่างกำหนดมาให้ด้วย)