



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนต้นนี้ ข้อ 1 - 12 ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 4 คะแนน

ไม่ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 1 คะแนน ตอบผิด 0 คะแนน

1. ข้อความต่อไปนี้มีถูกต้องกี่ข้อความ

(1) $2^{2^0} + 2^{2^0} = 2^{2^1}$

(2) $2^{2^0} - 2^{2^0} = 0^{2^0}$

(3) $2^{2^0} \cdot 2^{2^0} = 2^{4^0}$

(4) $2^{2^0} \div 2^{2^0} = 2^{0^0}$

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3

จ. 4

2. ถ้า x, y และ z เป็นจำนวนจริง ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข

$$\log_2(\log_3(\log_4(xyz))) = \log_3(\log_4(\log_2(xy))) = \log_4(\log_3(\log_2(x))) = 0$$

แล้ว ค่าของ $x + y + z$ เท่ากับเท่าใด

ก. 10

ข. 12

ค. 14

ง. 16

จ. 18



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

3. ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับสมการ

$$\cos(a + b) = \frac{2}{5} \text{ และ } \cos(a - b) = \frac{5}{6}$$

จงหาค่าของ $\tan a \cdot \tan b$

ก. $-\frac{37}{13}$

ข. $-\frac{13}{37}$

ค. $\frac{13}{37}$

ง. 1

จ. $\frac{37}{13}$

4. ค่าของ $\frac{\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)}{\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)}$ เท่ากับเท่าใด

ก. -3

ข. -1

ค. 1

ง. 2

จ. 3



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

5. กำหนด $\vec{u} = \begin{bmatrix} -2 \\ 10 \end{bmatrix}$ และ $\vec{v} = \begin{bmatrix} 5 \\ -14 \end{bmatrix}$

ถ้า \vec{w} เป็นเวกเตอร์ซึ่งมีขนาดเป็น $\frac{1}{5}$ เท่าของ $\vec{u} - \vec{v}$ และมีทิศทางตรงข้ามกับ $\vec{u} + \vec{v}$

แล้ว ค่าของ $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{w} + \vec{w} \cdot \vec{u}$ อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

- | | |
|----------------------|-------------------|
| ก. $(-\infty, -300]$ | ข. $(-300, -250]$ |
| ค. $(-250, -200]$ | ง. $(-200, -150]$ |
| จ. $(-150, -100]$ | |

6. มีจำนวนเต็ม n ทั้งหมดกี่จำนวน ที่ทำให้ $(n - i)^4$ มีค่าเป็นจำนวนจริง

- | | |
|----------------------|------------|
| ก. 1 จำนวน | ข. 2 จำนวน |
| ค. 3 จำนวน | ง. 4 จำนวน |
| จ. มีมากกว่า 4 จำนวน | |



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

7. กำหนดให้ $z = x + yi$ และ $\frac{1}{z} = \frac{1}{3 + 4i} + \frac{1}{7 + i}$ เมื่อ x และ y เป็นจำนวนจริง

แล้ว จงหาค่าของ $x^2 + y^2$

ก. 10

ข. 13

ค. 20

ง. 25

จ. 37

8. จำนวนเต็มที่ถูกหารด้วย 4 ลงตัว ร้อยหลักสุดท้ายของจำนวนนั้นจะต้องถูกหารด้วย 4 ลงตัว ตัวอย่างเช่น 16608 เป็นจำนวนที่ถูกหารด้วย 4 ลงตัว เพราะร้อยหลักสุดท้ายของ 16608 คือ 08 ถูกหารด้วย 4 ลงตัว

จากเลขโดด 1, 2, 3, 4, 5, 6 นำมาสร้างจำนวนนับสี่หลัก โดยที่แต่ละหลักมีค่าไม่ซ้ำกัน และเป็นจำนวน ซึ่งถูกหารด้วย 4 ลงตัว ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

ก. 60

ข. 72

ค. 84

ง. 96

จ. 108



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

9. กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอลไว้ 10 ลูก โดยเขียนหมายเลขกำกับไว้ตั้งแต่ 1–10
ลูกละหนึ่งหมายเลข

สุ่มหยิบลูกบอลขึ้นมาจากกล่อง 5 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่ค่ามัธยฐานของหมายเลขที่เขียนไว้
บนลูกบอลทั้ง 5 ลูก มีค่าเท่ากับ 5

ก. $\frac{4}{21}$

ข. $\frac{5}{21}$

ค. $\frac{6}{21}$

ง. $\frac{7}{21}$

จ. $\frac{8}{21}$

10. ถ้าต้องการนำลูกสฟูกเกอร์ 21 ลูก มาวางเรียงในลักษณะ ดังรูป
โดยไม่ให้ลูกสฟูกเกอร์ที่อยู่ติดกันมีสีเหมือนกันแล้ว

จงหาว่าจะต้องใช้ลูกสฟูกเกอร์ที่มีสีแตกต่างกันอย่างน้อยที่สุดกี่สี

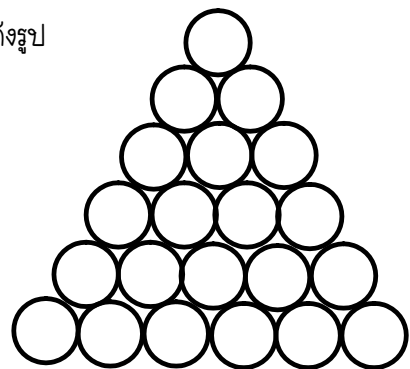
ก. 7 สี

ข. 6 สี

ค. 5 สี

ง. 4 สี

จ. 3 สี





การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

12. กำหนด a เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ

จงหาว่าพื้นที่ที่ถูกปิดล้อมด้วยกราฟของสมการทั้งหมดต่อไปนี้ไปจนถึงรูปี่เหลี่ยม

(1) $-a \leq x + y \leq a$

(2) $-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}$

และ (3) $x \geq y$

ก. 3 เหลี่ยม

ข. 4 เหลี่ยม

ค. 5 เหลี่ยม

ง. 6 เหลี่ยม

จ. ∞ เหลี่ยม



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนที่ 1 ข้อ 13 - 24 ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 6 คะแนน

ไม่ตอบได้คะแนนข้อละ 1.5 คะแนน ตอบผิด 0 คะแนน

13. กำหนด a เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่ง $0.9 < a < 0.9$

ถ้า $b = a^a$ และ $c = a^b$ แล้ว ข้อสรุปใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก. $a < b < c$

ข. $a < c < b$

ค. $b < a < c$

ง. $b < c < a$

จ. $c < a < b$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

14. กำหนด

$A = (\log \tan 3^\circ)(\log \tan 6^\circ)(\log \tan 9^\circ)(\log \tan 12^\circ) \dots (\log \tan 84^\circ)(\log \tan 87^\circ)$
ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้เป็นที่ถูกต้อง

ก. $A < -1$

ข. $A = -1$

ค. $A = 0$

ง. $A = 1$

จ. $A > 1$

15. $\arcsin(\sin 5)$ มีค่าอยู่ในช่วงใดต่อไปนี้เป็นที่

ก. $[-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4})$

ข. $(-\frac{\pi}{4}, 0]$

ค. $(0, \frac{\pi}{4}]$

ง. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$

จ. $(\frac{\pi}{2}, \infty)$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

16. กำหนด $A = \{\theta / \sec^2 \theta = 4 ; \theta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]\}$

ถ้า a คือสมาชิกตัวที่มีค่ามากที่สุดในเซต A และ b คือสมาชิกตัวที่มีค่าน้อยที่สุดในเซต A

แล้ว $a - b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. π

ข. $\frac{7\pi}{6}$

ค. $\frac{4\pi}{3}$

ง. $\frac{3\pi}{2}$

จ. $\frac{5\pi}{3}$

17. ในสามเหลี่ยม ABC มุม A มีค่ามากกว่ามุม B อยู่ 90°

ถ้าความยาวของด้านตรงข้ามมุม A เป็นสองเท่าของความยาวของด้านตรงข้ามมุม B

แล้ว $\sin C$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

ข. $\frac{2}{\sqrt{5}}$

ค. $\frac{2}{5}$

ง. $\frac{3}{5}$

จ. $\frac{4}{5}$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

18. ให้ $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส M และ N เป็นจุดบนด้าน BC และ CD ตามลำดับ

โดยที่ $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MC}$ และ $\overrightarrow{DN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{NC}$

ถ้าให้ $\vec{u} = \overrightarrow{AM}$ และ $\vec{v} = \overrightarrow{AN}$ แล้ว \overrightarrow{AB} เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{12}{11}\vec{u} - \frac{3}{11}\vec{v}$

ข. $\frac{9}{8}\vec{u} - \frac{3}{8}\vec{v}$

ค. $\frac{8}{7}\vec{u} - \frac{2}{7}\vec{v}$

ง. $\frac{7}{6}\vec{u} - \frac{2}{6}\vec{v}$

จ. $\frac{6}{5}\vec{u} - \frac{2}{5}\vec{v}$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

19. ถ้า $|\bar{u}| = 2$, $|\bar{v}| = 3$ และ $|2\bar{u} - \bar{v}| = \sqrt{35}$

แล้ว $|\bar{u} - 2\bar{v}|$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\sqrt{30}$

ข. $2\sqrt{10}$

ค. $3\sqrt{5}$

ง. $5\sqrt{2}$

จ. $2\sqrt{15}$

20. กำหนดให้ $z_1^2 \cdot z_2 = 1 + i$ และ $z_1 \cdot z_2^2 = 1 - i$

ค่าของ $\left| \frac{1}{z_1} - \frac{1}{z_2} \right|$ เท่ากับเท่าใด

ก. 1

ข. $\sqrt[3]{2}$

ค. $\sqrt[3]{4}$

ง. $\sqrt{2}$

จ. 2



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

21. กำหนดให้ z_1, z_2, z_3 และ z_4 เป็นรากทั้งสี่ของสมการ $2z^4 + 1 = \sqrt{3}i$
โดยที่ z_1, z_2, z_3 และ z_4 ตกอยู่ในควอดรันต์ที่ 1, 2, 3 และ 4 ตามลำดับ

แล้ว $z_1 - \frac{z_4}{z_2 \cdot z_3}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $-\sqrt{3}i$

ข. $-i$

ค. i

ง. $-\sqrt{3}$

จ. $\sqrt{3}$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

22. คณะกรรมการนักเรียนชั้น ม.6 มีอยู่ทั้งหมดหกคน ประกอบด้วยตัวแทนจากห้องวิทยุ, ห้องคำนวณ และห้องภาษา ห้องละสองคน ในการดำเนินงานครั้งหนึ่ง จะต้องแยกย้ายกันไปติดต่องานสามแห่ง โดยจะแบ่งกันไปติดต่อห้องละสองคน จงหาว่ามีกี่วิธีที่คณะกรรมการทั้งหกคนจะแยกย้ายกันไปติดต่องาน ถ้าต้องการให้ตัวแทนจากห้องวิทยุแยกไปติดต่อคนละที่กัน

- ก. 60 ข. 72 ค. 90
ง. 144 จ. 180

23. กำหนด $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ และ $B = \{1, 2, 3\}$

ถ้า $N = \{f / f$ เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B และ $f(x) \neq f(x+1)\}$

แล้ว จำนวนสมาชิกของเซต N มีค่าเท่ากับเท่าใด

- ก. 48 ข. 72 ค. 84
ง. 96 จ. 120



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

24. ให้ $N = 71^5 - 5 \cdot 71^4 + 10 \cdot 71^3 - 10 \cdot 71^2 + 5 \cdot 71 - 1$

จำนวนของตัวหารที่เป็นบวกของ N เท่ากับเท่าใด

ก. 3

ข. 5

ค. 69

ง. 125

จ. 216

ตอนที่ 4 ข้อ 25 - 29 ตอบถูกได้คะแนนข้อละ 6 คะแนน

ตอบผิด หรือไม่ตอบ 0 คะแนน

25. ถ้า $A = \{x \in \mathbb{R} / \frac{\log_2(x-33)}{2 + \log_2 3} = 2\}$

และ $B = \{x \in \mathbb{R} / 2 \log(2-x) = \log(x+10)\}$

แล้ว ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต $A \cup B$ มีค่าเท่ากับเท่าใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

26. ลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่ง แต่ละพจน์มีค่าเป็นจำนวนจริง
ถ้าผลบวกของสองพจน์แรกมีค่าเท่ากับ 11 และผลบวกของหกพจน์แรกมีค่าเท่ากับ 2013
แล้ว ผลบวกของสี่พจน์แรกของลำดับชุดนี้เท่ากับเท่าใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

27. ถ้าหนด \bar{c} และ \bar{v} เป็นเวกเตอร์ใดๆ ที่ต่างไม่เท่ากับ $\bar{0}$ และ x เป็นจำนวนเต็มที่ทำให้

$$x^2(\bar{c} - \bar{v}) = 4\bar{c} - 9x\bar{v}$$

ถ้า \bar{c} ขนานกับ \bar{v} แต่มีทิศตรงกันข้าม

แล้ว ผลบวกของจำนวนเต็ม x ทั้งหมดที่สอดคล้องเงื่อนไขดังกล่าวมีค่าเท่ากับเท่าใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

28. กำหนดฟังก์ชัน $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ เมื่อ a, b, c, d และ e เป็นจำนวนจริง

ถ้า $f(\sqrt{5} - 2) = 0$, $f(2) = 0$, $x - 1$ และ $x + 1$ หาร $f(x)$ เฉพาะ 84 และ 216 ตามลำดับ โดยที่ $i^2 = -1$ แล้ว $x + 2$ หาร $f(x)$ เฉพาะเท่ากับเท่าใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

29. จากเลขโดด 0 ถึง 9 จะนำมาสร้างจำนวนหนึ่งที่มีห้าหลัก โดยที่แต่ละหลักมีค่าไม่ซ้ำกันได้ทั้งหมดเท่ากับ $9 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 27216$ จำนวน
เมื่อนำจำนวนทั้งหมดที่สร้างได้มาเรียงค่าจากน้อยไปมากจะได้ลำดับจำกัด
10234, 10235, 10236, . . . , 98764, 98765
จำนวนที่อยู่ในลำดับที่ 10000 เมื่อเรียงค่าจากน้อยไปมาก คือจำนวนใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

ข้อบั่น (เว็อกทำนร้อไม่ทำก็ได้)

ตอบถูกจะได้ 15 คะแนน

ตอบผิด -5 คะแนน ไม่ตอบ 0 คะแนน

30. กำหนด $A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{\sqrt{2011 - 2010x - x^2}}{25 + x} \leq \frac{\sqrt{2011 - 2010x - x^2}}{54 - x} \right\}$

$$B = \{ x \in \mathbb{R} / \log_5(4 - \log_3(2 - x)) \leq 0 \}$$

$$\text{และ } C = \{ c \in \mathbb{I} / c \in A \cap B \}$$

ผลบวกของค่าสัมบูรณ์ของสมาชิกทุกตัวใน C มีค่าเท่ากับเท่าใด