



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนต้นนี้ ข้อ 1 - 12 ข้อละ 4 คะแนน ไม่ตอบได้ 1 คะแนน
ตอบผิด ไม่ได้คะแนน

1. ข้อใดต่อไปนี้เป็นพหุนาม $(x + y + z)(x - y - z)$

ก. $x^2 - y^2 - z^2$

ข. $x^2 - y^2 + z^2$

ค. $x^2 - xy - xz - z^2$

ง. $x^2 - (y + z)^2$

จ. $x^2 - (y - z)^2$

2. กำหนดให้ n และ k เป็นจำนวนเต็มบวกซึ่งทำให้ $k \cdot 2^n = \underbrace{2^{2011} + 2^{2011} + \dots + 2^{2011}}_{2554 \text{ ตัว}}$

ค่าของ $n + k$ เท่ากับเท่าใด

ก. 3288

ข. 3289

ค. 3831

ง. 4565

จ. ไม่มีข้อใดถูก



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

3. พ่อค้าคนหนึ่งตั้งราคาขายโดยคิดกำไร $x\%$ จากราคาทุน แต่พบว่าขายไม่ได้จึงประกาศลดราคา $y\%$ เมื่อลองค้าวงดูจึงพบว่าราคาขายหลังจากที่ลดแล้วกลับมามีเท่ากับราคาทุนที่ซื้อมา

จงหาค่าของ $\frac{1}{y} - \frac{1}{x}$

ก. $-\frac{1}{100}$

ข. 0

ค. $\frac{1}{100}$

ง. 1

จ. ข้อมูลไม่เพียงพอที่จะหาคำตอบ

4. จำนวนจริง x ทั้งหมดซึ่งสอดคล้องกับสมการ $\frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 - x^2 + x - 1} = 0$ มีทั้งหมดกี่จำนวน

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3

จ. ข้อมูลไม่เพียงพอที่จะหาคำตอบ



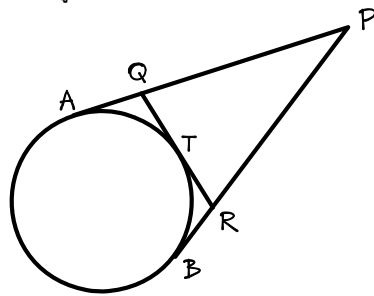
การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

5. เส้นสัมผัสที่ลากจากจุด P ซึ่งอยู่ภายนอกวงกลมวงหนึ่งสัมผัสวงกลมที่จุด A และ B ลากเส้นสัมผัสอีกเส้นหนึ่งสัมผัสวงกลมที่จุด T และตัดกับ PA และ PB ที่จุด Q และ R ตามลำดับ

โดยที่ $PA = 21$ หน่วย แล้วสามเหลี่ยม PQR มีความยาวรอบรูปเท่ากับเท่าใด

- ก. 40
ค. 42
จ. ข้อมูลไม่เพียงพอที่จะหาคำตอบ

- ข. 41
ง. 43



6. จำนวนจริง x ที่สอดคล้องกับเงื่อนไข

$$3x + 2 < 7 - x < 3 - 2x \text{ และ } -2x - 5 < 30 + 5x$$

สามารถเขียนได้ในรูป $a < x < b$ โดยที่ a และ b เป็นจำนวนเต็ม แล้วจงหาค่าของ $a - b$

- ก. 0
ค. 1
จ. ข้อมูลไม่เพียงพอที่จะหาคำตอบ

- ข. -1
ง. 2



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

9. จุดตัดของเส้นตรง $5x + 9y = 52$ และ $6x + 7y = 51$ อยู่บนเส้นตรงใด

ก. $2x + 3y + 21 = 0$

ข. $3x + 2y + 21 = 0$

ค. $2x + 3y - 21 = 0$

ง. $3x + 2y - 21 = 0$

จ. ไม่มีข้อใดถูก

10. กำหนดให้พาราโบลารูปหนึ่งมีสมการตั้งนี้ $y = -2x^2 + 16x - 38$
จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) กราฟของพาราโบลาคือ และมีจุดสูงสุดอยู่ที่จุด $(4, -6)$

(2) พาราโบลาคัดกับเส้นตรง $y = x$ ทั้งหมด 2 จุด

ก. ข้อ (1) ถูก และ ข้อ (2) ถูก

ข. ข้อ (1) ถูก และ ข้อ (2) ผิด

ค. ข้อ (1) ผิด และ ข้อ (2) ถูก

ง. ข้อ (1) ผิด และ ข้อ (2) ผิด

จ. ข้อมูลไม่เพียงพอ



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

11. กำหนดให้ x เป็นความยาวรัศมีของวงกลมวงหนึ่งซึ่งเป็นรากของสมการ $x^2 - 2x - 120 = 0$
แล้ววงกลมดังกล่าวมีพื้นที่เท่ากับเท่าใด

ก. 16π

ข. 36π

ค. 64π

ง. 100π

จ. 144π

12. กำหนดให้

p แทนความน่าจะเป็นที่จะสุ่มเลือกจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง 100 มาหนึ่งจำนวนได้จำนวนเฉพาะคือ

q แทนความน่าจะเป็นที่เมื่อโยนเต๋าสองลูกพร้อมกันแล้วผลรวมของแต้มที่หงายเป็จำนวนเฉพาะ

แล้วค่าของ p และ q เป็นจริงดังข้อใด

ก. $p + q > 1$

ข. $p + q < 1$

ค. $p - q > 0.5$

ง. $p - q < 0.25$

จ. ไม่มีข้อใดถูก



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนที่ 1 ข้อ 13 - 24 ข้อละ 6 คะแนน ไม่ตอบได้ 1.5 คะแนน
ตอบผิด ไม่ได้คะแนน

13. ค่าของ $\frac{1}{\sqrt{2011 + \sqrt{2011^2 - 1}}}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. $\sqrt{1006} - \sqrt{1005}$

ข. $\sqrt{1005} - \sqrt{1004}$

ค. $\sqrt{1007} - \sqrt{1005}$

ง. $\sqrt{2012} - \sqrt{2010}$

จ. $\sqrt{2012} - \sqrt{2009}$

14. ความยาวด้านของสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นจำนวนเต็มและสอดคล้องกับสมการ

$$x^3 - 30x^2 + 281x - 780 = 0$$

พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมดังกล่าวเท่ากับกี่ตารางหน่วย

ก. 10

ข. 15

ค. 20

ง. 25

จ. 30



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

15. ให้ $0 < b < a$ และ $a^2 + b^2 = 6ab$ ค่าของ $\frac{a-b}{a+b}$ เท่ากับข้อใดต่อไป้

ก. $\sqrt{2}$

ข. $1 + \sqrt{2}$

ค. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

ง. $-1 + \sqrt{2}$

จ. $2\sqrt{2}$

16. กำหนดให้ $A = \frac{x^n}{1-x^n}$, $B = \frac{x^s}{1-x^s}$ และ $C = \frac{x^{n+s}}{1-x^{n+s}}$

ซึ่ง $(1-x^n)(1-x^s)(1-x^{n+s}) \neq 0$ แล้ว C สามารถเขียนได้ในรูปของ A และ B ดังข้อใด

ก. $\frac{A+B}{1+A+B-AB}$

ข. $\frac{AB}{1+A+B-AB}$

ค. $\frac{A+B}{1+A+B}$

ง. $\frac{AB}{1+A+B}$

จ. ไม่สามารถหาได้



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

17. กำหนดให้ผลรวมของความยาวของเส้นขอบทั้ง 12 เส้นของทรงตันรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากหนึ่งเท่ากับ x เซนติเมตร และระยะห่างระหว่างมุมหนึ่งของลูกบาศก์ไปยังอีกมุมหนึ่งที่อยู่ไกลที่สุดของลูกบาศก์นี้เท่ากับ y เซนติเมตร จงหาพื้นที่ผิวทุกหน้าของลูกบาศก์ลูกนี้

ก. $\frac{x^2 - 2y^2}{32}$

ข. $x^2 + y^2$

ค. $\frac{x^2 - 4y^2}{32}$

ง. $\frac{xy}{6}$

จ. $\frac{x^2 - 16y^2}{32}$

18. กำหนด ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจากลากส่วนของสูงจาก B ไปตั้งฉากกับด้าน AC ที่จุด D ถ้า $AC = x$, $BD = y$, $AB = v$, $BC = w$ ถ้า $v + w = 35$ และ $x + y = 37$

ค่าของ y เท่ากับเท่าใด

ก. 11

ข. 12

ค. 13

ง. 14

จ. 15



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

19. กำหนดให้ $S = (x + 20) + (x + 21) + (x + 22) + \dots + (x + 100)$ โดยที่ x เป็นจำนวนเต็มบวก แล้วค่าของ x ที่น้อยที่สุดที่ทำให้ S เป็นกำลังสองสมบูรณ์คือเท่าใด

ก. 1

ข. 2

ค. 4

ง. 8

จ. 64



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

20. สถานีรถไฟสองแห่งอยู่ห่างกัน 96 กิโลเมตร รถไฟสองขบวนมีขบวนหนึ่งวิ่งระหว่างสองสถานีใช้เวลาน้อยกว่าอีกขบวนหนึ่ง 40 นาที โดยอีกขบวนหนึ่งวิ่งเร็วกว่าอีกขบวนหนึ่ง 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) รถไฟขบวนที่วิ่งเร็วกว่ามีอัตราเร็วเท่ากับ 48 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

(2) รถไฟขบวนที่วิ่งช้ากว่าใช้เวลาในการเดินทางเท่ากับ 2 ชั่วโมง

ก. ข้อ (1) ถูก และ ข้อ (2) ถูก

ข. ข้อ (1) ถูก และ ข้อ (2) ผิด

ค. ข้อ (1) ผิด และ ข้อ (2) ถูก

ง. ข้อ (1) ผิด และ ข้อ (2) ผิด

จ. ข้อมูลไม่เพียงพอ



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

21. กำหนดพหุนาม $P(x) = 2010x^{2010} + 2009x^{2009} + 2008x^{2008} + \dots + 2x^2 + x$

ให้ r_1 และ r_2 แทนเศษที่ได้จากการหาร $P(x)$ ด้วย $x - 1$ และ $x + 1$ ตามลำดับ

แล้วค่าของ r_1 และ r_2 เป็นจริงตามข้อใด

ก. $r_1 > r_2$

ข. $r_1 < r_2$

ค. $r_1 = r_2$

ง. $r_1 + r_2 > 0$

จ. ข้อมูลไม่เพียงพอ

22. ถ้า $\alpha < \beta$ และ $\alpha + \beta = 90^\circ$ จงหาค่าผลคูณต่อไปนี้ซึ่งเป็นค่าที่แตกต่างกันได้มากที่สุด

ทั้งหมดก็คือ $\sin\alpha \cdot \sin\beta$, $\sin\alpha \cdot \cos\beta$, $\cos\alpha \cdot \sin\beta$, $\cos\alpha \cdot \cos\beta$

ก. 2

ข. 1

ค. 4

ง. 3

จ. ไม่สามารถระบุได้ขึ้นกับค่าของ α



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

23. กำหนดให้พหุนามสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีพื้นที่เท่ากับ 100 ตารางหน่วย พิกัดของพหุนามเป็นรูป
สามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีความยาวด้านเท่ากับ $2\sqrt{33}$ หน่วย $2\sqrt{33}$ หน่วย และ 10 หน่วย ตามลำดับ
จงหาปริมาตรของพหุนามนี้

ก. $450\sqrt{3}$

ข. $160\sqrt{33}$

ค. $100\sqrt{86}$

ง. $330\sqrt{2}$

จ. $\frac{100}{3}\sqrt{82}$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

24. มีรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมยาวด้านละ 1 หน่วย อยู่ 8 รูป เท่าไรมาวางโดยให้สีด้านติดกัน
และเรียงกันดังรูป จงหาพื้นที่ของบริเวณรูปดาวที่อยู่ภายในซึ่งเกิดจากขอบของการเรียงต่อกันของแปดเหลี่ยมด้าน
เท่ามุมเท่าทั้ง 8 รูป

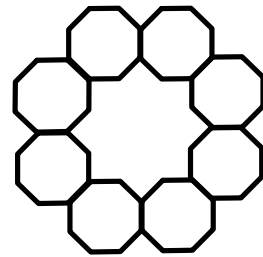
ก. $5 + 10\sqrt{2}$

ค. $9 + 4\sqrt{2}$

จ. $8 + 4\sqrt{2}$

ข. $8\sqrt{2}$

ง. $16 - 4\sqrt{2}$





การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนที่ 1 ข้อ 25 - 29 ข้อละ 6 คะแนน เต็มคำตอบ

ตอบผิดหรือไม่ตอบ ไม่ได้คะแนน

25. เมื่อหาร $x^3 - 6x^2 + 12x - 4$ ด้วย $x^2 - ax + b$ ได้ผลหารคือ $x - a$

และเศษที่เกิดขึ้นจากการหารคือ $x + b$ แล้วจงหาค่าของ $\frac{a + b}{a - b}$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

26. จำนวนพาลีนิโดรม (Palindromic number) คือจำนวนที่เมื่ออ่านจากซ้ายไปขวาหรืออ่านจากขวาไปซ้าย ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นจำนวนเดียวกัน เช่น 5, 121, 1331, 123454321 เป็นต้น
จงหาจำนวนพาลีนิโดรมสี่หลักจำนวนหนึ่งซึ่งมีสมบัติดังนี้
- (1) เลขโดดในหลักสิบมีค่ามากกว่าสองเท่าของเลขโดดในหลักหน่วยอยู่ 1 (ไม่คำนึงถึงค่าประจำหลัก)
 - (2) เมื่อย้ายเลขโดดในหลักพันไปต่อท้ายเลขโดดในหลักหน่วยได้จำนวนใหม่ที่ค่าน้อยกว่าสองเท่าของจำนวนเดิมอยู่ 44



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

27. เชือกเส้นหนึ่งถูกขึงอยู่ระหว่างต้นไม้สองต้นซึ่งสูงจากพื้น 66 นิ้ว โดยหย่อนลงมาเป็นรูปพาราโบลา จุดที่ต่ำที่สุดของเชือกอยู่สูงจากพื้นเท่ากับ 21 นิ้ว ตำแหน่งของเชือกที่อยู่ห่างจากจุดต่ำสุดของเชือก 10 ฟุต อยู่สูงจากพื้น 48 นิ้ว
ถ้าต้นไม้ทั้งสองอยู่ห่างกันเท่ากับ $a\sqrt{b}$ นิ้ว โดยที่ ห.ร.ม. ระหว่าง a และ b เท่ากับ 1 แล้วจงหาค่าของ $a + b$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

28. ปริซึมตรงแท่งหนึ่งมีหน้าตัดเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ซึ่งขอบทุกขอบมีความยาวเท่ากับ 4 ซม. เจาะปริซึมบนฐานหน้าตัดรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าด้วยทรงกระบอกตรงเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 2 เซนติเมตร จากฐานหนึ่งไปยังอีกฐานหนึ่ง เกิดช่องว่างภายในปริซึมเป็นทรงกระบอกทำให้พื้นที่ผิวทั้งหมดของทรงตั้งที่เกิดขึ้น (รวมพื้นที่ผิวด้านในที่เกิดจากการเจาะด้วย) เท่ากับ $a + b\sqrt{c} + d\pi$ โดยที่ a, b, c, d ต่างเป็นจำนวนเต็ม และ c เป็นจำนวนเฉพาะ จงหาค่าของ $a + b + c + d$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

29. ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลมมี AD และ CE เป็นส่วนสูง
กำหนดให้ $AB = 30$ เซนติเมตร, $AC = 36$ เซนติเมตร และ $BD = 20$ เซนติเมตร
ความยาวของ DE ในหน่วยเซนติเมตร เท่ากับเท่าใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2553
1st TMC Thailand Mathematics Contest

ข้อบั่น ข้อที่ 30 เลือกรับหรือไม่ทำก็ได้ ตอบถูกต้อง 15 คะแนน
ตอบผิด -5 คะแนน ไม่ตอบ ไม่ได้คะแนน

30. กำหนดให้ $\overline{A_1 A_2 A_3 \dots A_n}$ แทนเลข n หลักที่มี A_1, A_2, \dots, A_n เป็นเลขโดดในแต่ละหลักตามลำดับ เช่น \overline{ABC} แทนเลข 3 หลักที่มี A, B, C เป็นเลขโดดในแต่ละหลักตามลำดับ

ตาราง 3×3 มี $A, B, C, D, E, F, G, H, J$ เป็นเลขโดดที่อยู่ในตารางซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

- (1) \overline{ABC} หารด้วย 8 ลงตัว โดยที่ A, B, C ต่างไม่เป็นศูนย์
- (2) $\overline{DEF} = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$ โดยที่ n เป็นจำนวนเต็มบวก
- (3) \overline{GHJ} เท่ากับผลคูณของจำนวนเต็มบวกสามจำนวนเรียงติดกัน
- (4) \overline{ADG} หารด้วย 11 ลงตัว โดยที่ A, B, C ต่างไม่เป็นศูนย์
- (5) $\overline{BEH} = 2^m$ โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มบวก
- (6) \overline{CFJ} หารด้วย 11 ลงตัว

A	B	C
D	E	F
G	H	J

จงหาค่าของ $\overline{ABC} + \overline{DEFG} + \overline{HJ}$