



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนต้นนี้ ข้อ 1 - 12 ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 4 คะแนน

ไม่ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 1 คะแนน ตอบผิด 0 คะแนน

1. สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก และ $AB = 10$ หน่วย

D เป็นจุดบนด้าน AC ซึ่งทำให้ $\angle ABD = \frac{1}{3}\angle DBC$ และ $\angle ADB = 135^\circ$

พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABD เท่ากับกี่ตารางหน่วย

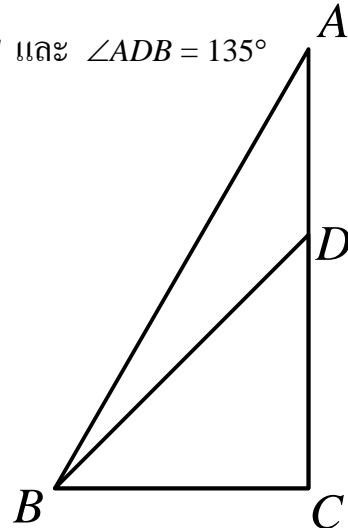
ก. $\frac{25}{2}(\sqrt{3} - 1)$

ข. $\frac{25}{3}(2 - \sqrt{3})$

ค. $\frac{25\sqrt{3}}{2}(2 - \sqrt{3})$

ง. $\frac{25\sqrt{3}}{3}(\sqrt{3} - 1)$

จ. $\frac{25\sqrt{2}}{3}$



2. ถ้า $t = \frac{\tan 5^\circ \cdot \tan 25^\circ \cdot \tan 35^\circ \cdot \tan 55^\circ \cdot \tan 65^\circ \cdot \tan 85^\circ}{\tan 10^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ \cdot \tan 70^\circ \cdot \tan 80^\circ}$

แล้ว ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้เป็นที่ถูกต้อง

ก. $t < 1$

ข. $t = 1$

ค. $1 < t < 2$

ง. $t = 2$

จ. $t > 2$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

3. สำหรับทุกค่าของจำนวนจริง x

กำหนด f และ g เป็นฟังก์ชันซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข

$$f(x) + g(x) = \log_x 36 \text{ และ } f(x) - g(x) = \log_x 4$$

ค่าของ $2f(3) \cdot g(9)$ เท่ากับเท่าใด

ก. $\frac{1 + \log_3 2}{2}$

ข. $\frac{1 + 2\log_3 2}{2}$

ค. $\log_3 2$

ง. $1 + \log_3 2$

จ. $1 + 2\log_3 2$

4. ถ้า $f(x) = \log_2 x$ แล้ว ค่าของ $(f \circ f \circ f)(256)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\log 2$

ข. $\log 3$

ค. $\frac{1}{\log_2 3}$

ง. $\frac{1}{\log_3 2}$

จ. จาก ก - ง ไม่มีตัวเลือกในข้อใดถูกต้อง



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

5. ค่าในข้อใดต่อไปนี้ใกล้เคียงกับค่าของ $100 - \sqrt{9999}$ มากที่สุด

ก. 0.004

ข. 0.006

ค. $\frac{1}{201}$

ง. $\frac{1}{200}$

จ. $\frac{1}{199}$

6. กำหนด $y = (x+1)^5 - 5(x+1)^4 + 10(x+1)^3 - 10(x+1)^2 + 5(x+1) - 1$

ถ้าเขียน y ในรูป $x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ โดยที่ a_4, a_3, a_2, a_1 และ a_0

เป็นค่าคงที่ ซึ่งเป็นจำนวนจริงแล้ว a_4 มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. 0

ข. -1

ค. 1

ง. -2

จ. 2



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

7. จำนวนนับที่ถูกรังจากเลขโดด 0, 1, 2, 3 โดยที่เลขโดดในแต่ละหลักมีค่าไม่ซ้ำกัน มีทั้งหมดกี่จำนวน ซึ่งมีค่าน้อยกว่า 2013

ก. 6

ข. 7

ค. 28

ง. 36

จ. 37

8. ในการสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทยครั้งที่ 3 รอบประเมินศักยภาพ ขณะที่ใกล้จะหมดเวลาสอบ ปวิณเหลือข้อสอบที่ยังไม่ได้ทำอีก 8 ข้อ จึงจำเป็นต้องเดา โดยเขาได้วางแผนไว้ว่าจะเลือกเดา ข้อ ก 2 ข้อ เดาข้อ ข 2 ข้อ และเดาข้อ ค 4 ข้อ

จงหาว่าปวิณจะมีวิธีเดาข้อสอบ 8 ข้อที่เหลือนี้ตามที่วางแผนไว้ทั้งหมดกี่วิธี

ก. 210 วิธี

ข. 280 วิธี

ค. 420 วิธี

ง. 560 วิธี

จ. 840 วิธี



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

9. กำหนด G เป็นกราฟที่มีเส้นเชื่อมทั้งหมด 19 เส้น และจุดยอดแต่ละจุดมีดีกรีอย่างน้อย 3

ถ้าให้กราฟ G มีจำนวนของจุดยอดมากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้
แล้ว จุดยอดของกราฟ G ที่มีดีกรีเท่ากับ 4 จะมีได้อย่างมากที่สุดกี่จุด

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3

จ. 4

10. ถ้าจำนวนเชิงซ้อน $z = \frac{\sqrt{3}}{2}i - \frac{1}{2}$ แล้ว ค่าของ $\frac{1}{z^2 + z}$ เท่ากับเท่าใด

ก. 2

ข. 1

ค. $1 - \sqrt{3}i$

ง. -2

จ. -1



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

11. กำหนด \vec{u} , \vec{v} และ \vec{w} เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วย โดยที่ θ เป็นมุมระหว่าง

\vec{u} และ \vec{v}

ถ้า $\vec{u} + \vec{v} = \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{w}$ แล้ว $\cos \theta$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | |
|-------------------|-------------------|--------------------------|
| ก. -1 | ข. $-\frac{3}{4}$ | ค. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ |
| ง. $-\frac{1}{2}$ | จ. $-\frac{1}{4}$ | |

12. กำหนด $\{a_n\}$ เป็นลำดับเลขคณิต ซึ่งมี S_n เป็นผลบวกของ n พจน์แรก

$$\text{ถ้า } S_n = 25n + 56n^2$$

แล้ว เลขโดดในข้อใดต่อไปนี้ไม่ปรากฏอยู่เป็นหลักใด หลักหนึ่งของพจน์ที่ 13

- | | | |
|------|------|------|
| ก. 1 | ข. 2 | ค. 3 |
| ง. 4 | จ. 5 | |



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนที่ 3 ข้อ 13 – 24 ตอบถูกได้คะแนนข้อละ 6 คะแนน

ไม่ตอบได้คะแนนข้อละ 1.5 คะแนน ตอบผิด 0 คะแนน

13. กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ คือเซตของจำนวนจริง

ให้ A เป็นเซตของคำตอบของสมการ $\log(x^2 - 10x)^2 = 2\log(10x - x^2)$

และ B เป็นเซตของคำตอบของสมการ $\log x + \log(x - 10) = \log(10x - x^2)$

ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. A และ B เป็นเซตจำกัด โดยที่ $n(A) = n(B)$

ข. A และ B เป็นเซตจำกัด โดยที่ $n(A) > n(B)$

ค. A และ B เป็นเซตจำกัด โดยที่ $n(A) < n(B)$

ง. A เป็นเซตจำกัด แต่ B เป็นเซตอนันต์

จ. A เป็นเซตอนันต์ แต่ B เป็นเซตจำกัด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

14. กำหนด x และ y เป็นจำนวนจริงที่มีค่าอยู่ในช่วง $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

$$\text{ถ้า } \tan x + \tan y = \tan x \cdot \tan y = \frac{\tan x}{\tan y}$$

แล้ว $\tan(x - y)$ เท่ากับค่าในข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{1}{3}$

ข. $\frac{1}{2}$

ค. 1

ง. 2

จ. 3

15. $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยมี $AB = 2BC$

M และ N เป็นจุดบนด้าน \overline{BC} และ \overline{CD} ตามลำดับ

โดยที่ $BM : MC = CN : ND = 1 : 2$

จงหาค่าของ $\sin \angle MAN$

ก. $\frac{14}{5\sqrt{37}}$

ข. $\frac{21}{5\sqrt{37}}$

ค. $\frac{22}{5\sqrt{37}}$

ง. $\frac{27}{5\sqrt{37}}$

จ. $\frac{28}{5\sqrt{37}}$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

16. กำหนด \vec{a} , \vec{b} และ \vec{c} เป็นเวกเตอร์ในปริภูมิสามมิติ ซึ่งไม่มีคู่ใดขนานกัน และต่างไม่เท่ากับ $\vec{0}$

ถ้า $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ แล้ว $\vec{a} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{a}$ เท่ากับเวกเตอร์ในข้อใดต่อไปนี้

ก. $\vec{0}$

ข. $-(\vec{a} \times \vec{b})$

ค. $-3(\vec{a} \times \vec{b})$

ง. $(\vec{a} \times \vec{b})$

จ. $3(\vec{a} \times \vec{b})$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

17. กำหนด $a_1 = 1$ และ $a_{n+1} = a_n^2 + a_n$ สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก n

$$\text{ถ้า } S = \frac{1}{a_1 + 1} + \frac{1}{a_2 + 1} + \frac{1}{a_3 + 1} + \dots + \frac{1}{a_{100} + 1}$$

แล้ว ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้เป็นที่ถูกต้อง

ก. $0 < S < 1$

ข. $S = 1$

ค. $1 < S < 2$

ง. $S = 2$

จ. $S > 2$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

20. กำหนด $P(x)$ เป็นพหุนามที่มีสัมประสิทธิ์ทุกตัวเป็นจำนวนเต็ม

$$\text{ถ้า } P(3i) = P(2 + i) = 0$$

แล้ว ค่าในข้อใดต่อไปนี้เป็นไปได้ของ $P(2)$

ก. 103

ข. 1001

ค. 2013

ง. 2556

จ. 3113

21. เด็กกลุ่มหนึ่งประกอบด้วยเด็กผู้หญิง และเด็กผู้ชายเป็นจำนวนเท่ากัน ในการจัดเด็กทั้งหมดให้เข้าแถวหน้ากระดาน ปรากฏว่าจำนวนวิธีที่เด็กผู้ชายทุกคนจะถูกจัดให้ยืนแยกกัน มีค่าเป็นห้าเท่าของจำนวนวิธีที่เด็กผู้ชายทุกคนจะถูกจัดให้ยืนสลับกับเด็กผู้หญิง

จำนวนวิธีในการเลือกเด็ก 3 คน จากกลุ่มนี้ โดยให้มีจำนวนของเด็กผู้ชายมากกว่าจำนวนของเด็กผู้หญิงเท่ากับข้อใดต่อไปนี

ก. 182 วิธี

ข. 280 วิธี

ค. 408 วิธี

ง. 570 วิธี

จ. 770 วิธี



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

22. ในการทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ครั้งหนึ่งของนักเรียนจำนวน 10 คน จำนวนข้อที่นักเรียนแต่ละคนตอบถูก คือ x_1, x_2, \dots, x_{10} ข้อ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมเท่ากับ 5, 4 และ 3 ข้อ ตามลำดับ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2 ข้อ ให้ y_i แทนคะแนนที่นักเรียนแต่ละคนได้รับ โดยที่

$$y_i = 5x_i + 10 \text{ เมื่อ } i = 1, 2, \dots, 10$$

จงพิจารณาข้อความเกี่ยวกับคะแนนสอบที่นักเรียนแต่ละคนได้รับ (y_i) ต่อไปนี้

(1) ค่าสัมบูรณ์ของผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยเลขคณิต และมัธยฐานของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มนี้ มีค่าเท่ากับค่าสัมบูรณ์ของผลต่างระหว่างมัธยฐาน และฐานนิยมของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มนี้

(2) ผลรวมของค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มนี้ มีค่าเท่ากับ 90 คะแนน

(3) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มนี้เท่ากับ 15 คะแนน
ข้อสรุปในข้อใดถูกต้อง

- ก. ข้อความ (1) และ (2) เท่านั้นถูกต้อง ข. ข้อความ (1) และ (3) เท่านั้นถูกต้อง
ค. ข้อความ (2) และ (3) เท่านั้นถูกต้อง ง. ถูกต้องทั้งสามข้อความ
จ. มีข้อความที่ถูกต้องน้อยกว่า 2 ข้อความ



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

23. ข้อสอบชุดหนึ่งเป็นข้อสอบแบบเลือกคำตอบ ซึ่งมีโจทย์ทั้งหมด 30 ข้อ โดยที่ในแต่ละข้อ ผู้ที่ตอบถูกจะได้คะแนนข้อละ 5 คะแนน ผู้ที่ตอบผิดจะได้ 0 คะแนน และผู้ที่ไม่ตอบจะได้คะแนนข้อละ 1 คะแนน

ภายหลังการสอบสิ้นสุดลง นักเรียนห้าคนซึ่งเข้าสอบในครั้งนี้ได้ประเมินคะแนนที่ตัวเองจะได้รับไว้ดังนี้

วิเชียรกล่าวว่า “ฉันทำคะแนนได้ 147 คะแนน”

วิชัยกล่าวว่า “ฉันทำคะแนนได้ 144 คะแนน”

วิไลกล่าวว่า “ฉันทำคะแนนได้ 143 คะแนน”

วิภากล่าวว่า “ฉันทำคะแนนได้ 141 คะแนน”

วิมลกล่าวว่า “ฉันทำคะแนนได้ 139 คะแนน”

คำกล่าวของนักเรียนคนใดมีความเป็นไปได้ที่จะถูกต้อง

ก. วิเชียร

ข. วิชัย

ค. วิไล

ง. วิภา

จ. วิมล



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

24. กำหนด d เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่งหาร $10!$ ลงตัว
ถ้า S แทนผลบวกของค่า d ที่เป็นไปได้ทั้งหมด
แล้ว จำนวนเฉพาะในข้อใดต่อไปนี้ที่ไม่เป็นตัวหารของ S

ก. 7

ข. 11

ค. 31

ง. 71

จ. 73



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนที่ 3 ข้อ 25 – 29 ตอบถูกได้คะแนนข้อละ 6 คะแนน

ตอบผิด หรือไม่ตอบ 0 คะแนน

ในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่ไม่เป็นจำนวนเต็ม ให้ตอบเป็นจำนวนเต็ม
ที่มีค่าใกล้เคียงที่สุด และในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่มีค่ามากกว่าห้าหลัก
ให้ตอบเฉพาะตัวเลขในห้าหลักสุดท้าย

25. ถ้าผลบวก $\frac{1}{0!1!} + \frac{1}{1!10!} + \frac{1}{2!9!} + \frac{1}{3!8!} + \frac{1}{4!7!} + \frac{1}{5!6!}$ สามารถถูกเขียนให้อยู่

ในรูป $\frac{m}{n!}$ เมื่อ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่งไม่มีตัวประกอบร่วมกัน

แล้ว ค่าของ $m + n$ เท่ากับเท่าใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

26. สำหรับจำนวนจริง x ใดๆ

สัญลักษณ์ $\lfloor x \rfloor$ หมายถึงจำนวนเต็มที่ยังมากที่สุด ซึ่งมีค่าน้อยกว่า หรือเท่ากับ x

กำหนด $f(x) = \lfloor \tan x \rfloor + \lfloor 10 \tan x \rfloor + \lfloor 100 \tan x \rfloor + \lfloor 1000 \tan x \rfloor$

จงหาค่าของ $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$

27. กำหนด $a = 2^{3^4}$ และ $b = 2^{4^3}$

ถ้าจำนวนเฉพาะที่แตกต่างกัน ซึ่งหาร $a + b$ ลงตัว มีทั้งหมดสามจำนวน

แล้ว ผลบวกของจำนวนเฉพาะทั้งสามจำนวนดังกล่าว มีค่าเท่ากับเท่าใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

28. กำหนด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $x^2 + y^2 = 2013$
ถ้า A และ B เป็นจุดบนเส้นรอบวงของวงกลม ซึ่งทำให้ $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 363$
แล้ว พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม OAB เท่ากับกี่ตารางหน่วย



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

29. ให้ A, B และ C เป็นเหตุการณ์ ซึ่งเป็นสับเซตของปริภูมิตัวอย่าง S โดยที่ S เป็นเซตจำกัด และ $n(S) = 1000$
และให้ k เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากที่สุด ซึ่งทำให้ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $A - B, B - C$ และ $C - A$ เป็นดังนี้
- $$P(A - B) = \frac{k}{1000}, \quad P(B - C) = \frac{2k}{1000} \quad \text{และ} \quad P(C - A) = \frac{3k}{1000}$$
- ถ้าค่าสูงสุดที่เป็นไปได้ของความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ A มีค่าเท่ากับ $\frac{m}{n}$
เมื่อ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่ไม่มีตัวประกอบร่วมกัน
แล้ว ค่าของ $m + n$ เท่ากับเท่าใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

ข้อบังคับ เร็วทำหรือไม่ทำก็ได้ ถ้าตอบถูกจะได้ 15 คะแนน
ตอบผิด -5 คะแนน ไม่ตอบ 0 คะแนน

ในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่ไม่เป็นจำนวนเต็ม ให้ตอบเป็นจำนวนเต็ม
ที่มีค่าใกล้เคียงที่สุด และในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่มีค่ามากกว่าห้าหลัก
ให้ตอบเฉพาะตัวเลขในห้าหลักสุดท้าย

30. กำหนด a_1, a_2, a_3, \dots เป็นลำดับของจำนวนเต็มบวก ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \text{ สำหรับทุกค่าของจำนวนเต็มบวก } n$$

ถ้า $a_{10} = 2556$ แล้ว ค่าสูงสุดที่เป็นไปได้ของ a_1 เท่ากับเท่าใด