



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนต้นนี้ ข้อ 1 - 12 ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 4 คะแนน

ไม่ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 1 คะแนน ตอบผิด 0 คะแนน

1. เซตคำตอบของอสมการ $x(x+1) > x$ คือเซตในข้อใดต่อไปนี้

ก. $(-\infty, 0)$

ข. $(0, \infty)$

ค. $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

ง. เซตของจำนวนจริง

จ. \emptyset

2. กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ คือเซตของจำนวนจริง

Q แทนเซตของจำนวนตรรกยะ และ Q' แทนเซตของจำนวนอตรรกยะ

พิจารณาแต่ละประพจน์ต่อไปนี้

(1) $\forall x[x \notin Q \rightarrow x \in Q']$

(2) $\exists x[x \in Q' \wedge x^2 \in Q]$

(3) $\exists x[x \in Q' \wedge x^2 \in Q']$

ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อ (1) และ (2) เท่านั้นเป็นจริง

ข. ข้อ (1) และ (3) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (2) และ (3) เท่านั้นเป็นจริง

ง. เป็นจริงทั้งสามประพจน์

จ. ประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงมีเพียงประพจน์เดียว



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

3. ให้ $A = \{\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, 7, 8, 9, \dots\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

และ $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \{7, 8, 9, \dots\}\}$

จำนวนสมาชิกของเซต $((A - B) \cup (B - A)) - C$ เท่ากับเท่าใด

ก. 3

ข. 4

ค. 5

ง. มีเป็นจำนวนอนันต์

จ. จาก ก - ง ไม่มีตัวเล็กลงในข้อใดถูกต้อง

4. ค่าในข้อใดต่อไปนี้ใกล้เคียงกับค่าของ $\sqrt{9999} - 100$ มากที่สุด

ก. $-\frac{1}{199}$

ข. $-\frac{1}{201}$

ค. -0.006

ง. -0.005

จ. -0.004



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

5. กำหนด $y = (x+1)^4 - 4(x+1)^3 + 6(x+1)^2 - 4(x+1) + 1$

ถ้าเขียน y ในรูป $x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ โดยที่ a_3, a_2, a_1 และ a_0 เป็นค่าคงที่ ซึ่งเป็นจำนวนจริงแล้ว a_3 มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. -2

ข. -1

ค. 0

ง. 1

จ. 2

6. พิจารณาการคำนวณหาตัวหารร่วมมากของ 2431 และ 7429 โดยใช้ขั้นตอนของยุคลิด ดังต่อไปนี้

$$7429 = 2431q_1 + r_1 \quad ; \quad 0 < r_1 < 2431$$

$$2431 = r_1q_2 + r_2 \quad ; \quad 0 < r_2 < r_1$$

$$r_1 = r_2q_3 + r_3 \quad ; \quad 0 < r_3 < r_2$$

$$r_2 = r_3q_4$$

เมื่อ q_1, q_2, q_3, q_4 และ r_1, r_2, r_3 เป็นจำนวนเต็มบวก และ r_3 คือตัวหารร่วมมากของ 2431 และ 7429

ค่าของ $q_1 + q_2 + q_3 + q_4$ เท่ากับเท่าใด

ก. 24

ข. 25

ค. 26

ง. 27

จ. 28



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

7. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 8 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ และ $C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

แล้ว $\det(ABC)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. 20

ข. 10

ค. 0

ง. -20

จ. หาไม่ได้ เพราะว่าเมทริกซ์ A และ C ต่างไม่เป็นเมทริกซ์จัตุรัส

8. สำหรับทุกค่าของจำนวนจริง x

กำหนด f และ g เป็นฟังก์ชันซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข

$$f(x) + g^{-1}(x) = 3x + 11 \quad \text{และ} \quad f(x) - g^{-1}(x) = 5x - 9$$

ค่าของ $2f^{-1}(5) + 5g(6)$ เท่ากับเท่าใด

ก. 14

ข. 16

ค. 18

ง. 20

จ. 22



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

9. ถ้า f เป็นฟังก์ชันจากเซตของจำนวนเต็มบวกไปเซตของจำนวนเต็มบวก โดยที่ $f(x) = x^2$ แล้ว ค่าของ $(f \circ f \circ f)(32)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 2^{11}

ข. 2^{13}

ค. 2^{20}

ง. 2^{32}

จ. 2^{40}

10. กำหนด P คือเซตของจุดบนระนาบพิกัดฉาก ซึ่งมีระยะห่างจากจุด $(-1, -4)$ เท่ากับระยะห่างจากเส้นตรง $x = 3$

กราฟของ P ตัดกับแกน X ที่จุดใด

ก. $(-1, 0)$

ข. $(3, 0)$

ค. $(-1, 0)$ และ $(3, 0)$

ง. $(1 - 4\sqrt{2}, 0)$ และ $(1 + 4\sqrt{2}, 0)$ จ. กราฟของ P ไม่ตัดกับแกน X



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

11. กำหนด $A = \tan 5^\circ \cdot \tan 25^\circ \cdot \tan 35^\circ \cdot \tan 55^\circ \cdot \tan 65^\circ \cdot \tan 85^\circ$

และ $B = \tan 10^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ \cdot \tan 70^\circ \cdot \tan 80^\circ$

แล้ว ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้เป็นที่ถูกต้อง

ก. $A + B < 2$

ข. $A + B = 2$

ค. $2 < A + B < 4$

ง. $A + B = 4$

จ. $A + B > 4$

12. สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก และ $AB = 10$ หน่วย

D เป็นจุดบนด้าน AC ซึ่งทำให้ $\angle ABD = \frac{1}{2} \angle DBC$ และ $\angle ADB = 120^\circ$

พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABD เท่ากับกี่ตารางหน่วย

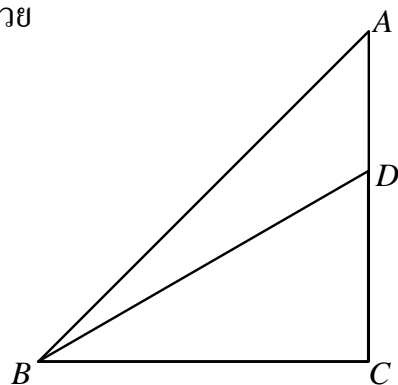
ก. $\frac{25\sqrt{3}}{3}(\sqrt{3} - 1)$

ข. $\frac{25\sqrt{3}}{2}(2 - \sqrt{3})$

ค. $\frac{25}{2}(\sqrt{3} - 1)$

ง. $\frac{25}{3}(2 - \sqrt{3})$

จ. $\frac{25\sqrt{2}}{3}$





การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนที่ 3 ข้อ 13 – 24 ตอบถูกได้คะแนนข้อละ 6 คะแนน

ไม่ตอบได้คะแนนข้อละ 1.5 คะแนน ตอบผิด 0 คะแนน

13. ถ้าจำนวนในแต่ละตัวเลือกต่อไปนี้ มีอยู่เพียงจำนวนเดียวเท่านั้นที่เป็น
จำนวนเฉพาะแล้ว จำนวนในข้อใดเป็นจำนวนเฉพาะ

ก. 999,973

ข. 999,983

ค. 999,991

ง. 1,000,001

จ. 7,999,973

14. กำหนด เหตุ

(i) $p \wedge q$

(ii) $q \vee r$

(iii) $r \rightarrow s$

(iv) $s \leftrightarrow t$

ผลในข้อใดต่อไปนี้ที่ทำให้การอ้างเหตุผลนี้ สมเหตุสมผล

ก. $p \rightarrow s$

ข. $q \rightarrow t$

ค. $(p \wedge t) \rightarrow s$

ง. $r \leftrightarrow t$

จ. $q \leftrightarrow s$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

15. พิจารณาแต่ละประพจน์ต่อไปนี้

(1) $p \rightarrow (q \rightarrow p)$

(2) $(p \wedge q) \rightarrow q$

(3) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (\sim p \vee q)$

ประพจน์ข้อใดบ้างที่สมมูลกัน

ก. ประพจน์ข้อ (1) และ (2) เท่านั้นที่สมมูลกัน

ข. ประพจน์ข้อ (1) และ (3) เท่านั้นที่สมมูลกัน

ค. ประพจน์ข้อ (2) และ (3) เท่านั้นที่สมมูลกัน

ง. ไม่มีประพจน์คู่ใดที่สมมูลกัน

จ. ประพจน์ข้อ (1), (2) และ (3) สมมูลกันทั้งสามประพจน์

16. กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ คือเซตของจำนวนจริง

ให้ A เป็นเซตของคำตอบของสมการ $|x||x-10| = 10x - x^2$

และ B เป็นเซตของคำตอบของสมการ $\sqrt{x}\sqrt{x-10} = \sqrt{10x - x^2}$

ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. A เป็นเซตอนันต์ แต่ B เป็นเซตจำกัด

ข. A เป็นเซตจำกัด แต่ B เป็นเซตอนันต์

ค. A และ B เป็นเซตจำกัด โดยที่ $n(A) = n(B)$

ง. A และ B เป็นเซตจำกัด โดยที่ $n(A) > n(B)$

จ. A และ B เป็นเซตจำกัด โดยที่ $n(A) < n(B)$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

17. กำหนด $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2}}$ และให้ D_f และ R_f แทน โดเมน และเรนจ์ของ f

ตามลำดับ ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. $f(x) > 0$ สำหรับทุกค่าของ $x \in D_f$ ข. อินเวอร์สของฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชัน
ค. D_f เป็นเซตจำกัด ง. R_f เป็นเซตอนันต์
จ. $n(D_f \times R_f) = 2$

18. กำหนดเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนเต็ม

$$\text{ถ้า } r_1 = \{(x, y) / x^2 + y^2 < 16\}$$

$$r_2 = \{(x, y) / x^2 + y^2 < 8x\}$$

$$\text{และ } r_3 = \{(x, y) / x^2 + y^2 < 8y\}$$

แล้ว จำนวนสมาชิกของ $r_1 \cap r_2 \cap r_3$ เท่ากับเท่าใด

- ก. 4 ข. 5 ค. 6
ง. 7 จ. มีจำนวนมากกว่า 7



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

19. กำหนดวงกลม C_1 และ C_2 มีสมการคือ $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 7 = 0$

และ $x^2 + y^2 - 3x - 7y + 12 = 0$ ตามลำดับ

ถ้าวงกลมทั้งสองตัดกันที่จุด A และ B

แล้ว ความยาวของส่วนของเส้นตรง AB เท่ากับกี่หน่วย

ก. 2

ข. $\sqrt{6}$

ค. $2\sqrt{2}$

ง. 3

จ. $2\sqrt{3}$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

20. วงรี $9x^2 + 16y^2 - 18x - 64y - 71 = 0$

และไฮเพอร์โบลา $16x^2 - 9y^2 - 32x + 54y + 79 = 0$

มีจุดร่วมกันทั้งหมดกี่จุด

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3

จ. 4



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

21. ให้ A และ B เป็นเมทริกซ์จัตุรัสมิติ 3×3 และ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์
มิติ 3×3

$$\text{ถ้า } AB = BA = I \text{ และ } A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

แล้ว $\det(A + 6B)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. 100

ข. 125

ค. 150

ง. 175

จ. 200



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

22. กำหนดเมทริกซ์ $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ โดยที่ a, b, c และ d เป็นจำนวนจริง

ซึ่งเป็นค่าคงที่ และ $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

ถ้า X สอดคล้องกับสมการ $AX = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$ แล้ว จะได้ $X = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$

และ ถ้า X สอดคล้องกับสมการ $AX = \begin{bmatrix} 9 \\ 0 \end{bmatrix}$ แล้ว จะได้ $X = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$

ถ้าให้ X สอดคล้องกับสมการ $AX = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ แล้ว ค่าของ $x + y$ เท่ากับเท่าใด

ก. 1

ข. -1

ค. 0

ง. 2

จ. -2



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

23. กำหนด f เป็นฟังก์ชันพหุนามที่มีสัมประสิทธิ์ทุกตัวเป็นจำนวนเต็ม
ถ้า $f(13) = f(31) = 0$

แล้ว ค่าในข้อใดต่อไปนี้เป็นไปได้ของ $f(20)$

ก. 103

ข. 1001

ค. 2013

ง. 2556

จ. 3113

24. ข้อสอบชุดหนึ่งเป็นข้อสอบแบบเลือกคำตอบ ซึ่งมีโจทย์ทั้งหมด 30 ข้อ โดยที่
ในแต่ละข้อ ผู้ที่ตอบถูกจะได้คะแนนข้อละ 5 คะแนน ผู้ที่ตอบผิดจะได้ 0 คะแนน และผู้ที่ไม่
ตอบจะได้คะแนนข้อละ 1 คะแนน

ภายหลังการสอบสิ้นสุดลง นักเรียนห้าคนซึ่งเข้าสอบในครั้งนี้ได้ประเมินคะแนน
ที่ตัวเองจะได้รับไว้ดังนี้

วิเชียรกล่าวว่า “ฉันทำคะแนนได้ 147 คะแนน”

วิชัยกล่าวว่า “ฉันทำคะแนนได้ 144 คะแนน”

วิไลกล่าวว่า “ฉันทำคะแนนได้ 143 คะแนน”

วิภากล่าวว่า “ฉันทำคะแนนได้ 141 คะแนน”

วิมลกล่าวว่า “ฉันทำคะแนนได้ 139 คะแนน”

ค่ากล่าวของนักเรียนคนใดมีความเป็นไปได้ที่จะถูกต้อง

ก. วิเชียร

ข. วิชัย

ค. วิไล

ง. วิภา

จ. วิมล



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนที่ 3 ข้อ 25 – 29 ตอบถูกได้คะแนนข้อละ 6 คะแนน

ตอบผิด หรือไม่ตอบ 0 คะแนน

ในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่ไม่เป็นจำนวนเต็ม ให้ตอบเป็นจำนวนเต็มที่มีค่าใกล้เคียงที่สุด และในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่มีค่ามากกว่าห้าหลัก ให้ตอบเฉพาะตัวเลขในห้าหลักสุดท้าย

25. กำหนด A , B และ C เป็นเซตจำกัด ซึ่งเป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U โดยที่ $n(U) = 1000$

ถ้า k เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากที่สุด ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข

$$n(A - B) = k, n(B - C) = 2k \text{ และ } n(C - A) = 3k$$

แล้ว จำนวนสมาชิกของเซต A ที่มากที่สุดที่เป็นไปได้เท่ากับเท่าใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

26. ถ้าเซตคำตอบของอสมการ

$$(x^2 - (2\sqrt{7} + 7\sqrt{2})x + 14\sqrt{14})(x^2 - (3\sqrt{5} + 5\sqrt{3})x + 15\sqrt{15}) \leq 0$$

สามารถถูกเขียนให้อยู่ในรูป $[a, b] \cup [c, d]$ โดยที่ $a < b < c < d$

แล้ว ค่าของ $-a^2 + b^2 - c^2 + d^2$ เท่ากับเท่าใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

27. พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่ถูกปิดล้อมด้วยกราฟของเส้นตรง $y = \frac{1}{3}x$, $y = 3x$

และ $2x + y - 210 = 0$ มีค่าเท่ากับกี่ตารางหน่วย



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

28. สำหรับจำนวนจริง x ใดๆ

สัญลักษณ์ $\lfloor x \rfloor$ หมายถึงจำนวนเต็มที่ยังมากที่สุด ซึ่งมีค่าน้อยกว่า หรือเท่ากับ x

กำหนด $f(x) = \lfloor x \rfloor + \lfloor 10x \rfloor + \lfloor 100x \rfloor + \lfloor 1000x \rfloor$ เมื่อ $x \in [\sqrt{2}, \sqrt{3}]$

ให้ a และ b แทนค่าต่ำสุด และสูงสุดของ $f(x)$ ตามลำดับ

จงหาค่าของ $a + b$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

29. กำหนด $a = 2^{3^4}$ และ $b = 2^{4^3}$

ถ้า p เป็นจำนวนเฉพาะห้าหลัก ซึ่งหาร $a + b$ ลงตัว

แล้ว p มีค่าเท่ากับเท่าใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2555
3rd TMC Thailand Mathematics Contest

ข้อบังคับ เร็วทำหรือไม่ทำก็ได้ ถ้าตอบถูกจะได้ 15 คะแนน
ตอบผิด -5 คะแนน ไม่ตอบ 0 คะแนน

ในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่ไม่เป็นจำนวนเต็ม ให้ตอบเป็นจำนวนเต็ม
ที่มีค่าใกล้เคียงที่สุด และในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่มีค่ามากกว่าห้าหลัก
ให้ตอบเฉพาะตัวเลขในห้าหลักสุดท้าย

30. กำหนด f เป็นฟังก์ชันจากเซตของจำนวนเต็มบวกไปเซตของจำนวนเต็มบวก
ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข

$$f(n+2) = f(n+1) + f(n) \text{ สำหรับทุกค่าของจำนวนเต็มบวก } n$$

ถ้า $f(10) = 2013$ แล้ว ค่าสูงสุดที่เป็นไปได้ของ $f(2)$ เท่ากับเท่าใด