

การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554
2nd TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนต้นนี้ ข้อ 1 - 12 ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 4 คะแนน

ไม่ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 1 คะแนน ตอบผิด 0 คะแนน

1. สามเหลี่ยม ABC มีความยาวของด้าน AB, BC และ CA เท่ากับ 28, 45 และ 53 หน่วย
ตามลำดับ

ถ้า $t = \sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C$ แล้ว ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $t < \frac{3}{2}$

ข. $t = \frac{3}{2}$

ค. $\frac{3}{2} < t < 2$

ง. $t = 2$

จ. $t > 2$

2. ค่าของ $\frac{\sin^3 75^\circ - \cos^3 75^\circ}{\sin 75^\circ - \cos 75^\circ}$ เท่ากับเท่าใด

ก. 0

ข. $\frac{1}{2}$

ค. $\frac{3}{4}$

ง. 1

จ. $\frac{5}{4}$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554
2nd TMC Thailand Mathematics Contest

3. ถ้า x เป็นจำนวนจริง ซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$2(2^{2^x}) = 4^x + 64$$

แล้ว ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

- | | |
|----------------------------|---|
| ก. x เป็นจำนวนเต็มบวกคี่ | ข. x เป็นจำนวนเต็มบวกคู่ |
| ค. x เป็นจำนวนเต็มลบ | ง. x เป็นจำนวนตรรกยะ ที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม |
| จ. x เป็นจำนวนอตรรกยะ | |

4. กำหนด a, m และ n เป็นจำนวนจริงบวก โดยที่ a มีค่าไม่เท่ากับ 1

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- (1) $\log_a(m+n) = \log_a m + \log_a n$
- (2) $\log_a(mn) = (\log_a m)(\log_a n)$
- (3) $m^{\log_a n} = n^{\log_a m}$

ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

- | | |
|----------------------------------|--|
| ก. ข้อความ (1) เท่านั้น เป็นจริง | ข. ข้อความ (2) เท่านั้น เป็นจริง |
| ค. ข้อความ (3) เท่านั้น เป็นจริง | ง. มีข้อความที่เป็นจริงมากกว่าหนึ่งข้อความ |
| จ. ทั้งสามข้อความเป็นเท็จ | |



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554
2nd TMC Thailand Mathematics Contest

5. ให้ u และ v เป็นเวกเตอร์ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้า $u \cdot v = 0$ แล้ว u ตั้งฉากกับ v

(2) ถ้า $|u - v| = |u + v|$ แล้ว u ตั้งฉากกับ v

(3) ถ้า u ตั้งฉากกับ v แล้ว $|u - v| = |u + v|$

ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อความ (1) และ (2) เท่านั้น เป็นจริง

ข. ข้อความ (1) และ (3) เท่านั้น เป็นจริง

ค. ข้อความ (2) และ (3) เท่านั้น เป็นจริง

ง. มีข้อความที่เป็นจริงน้อยกว่าสองข้อความ

จ. ทั้งสามข้อความเป็นจริง

6. กำหนด n เป็นจำนวนเต็มบวก ที่ทำให้

$$(-i) + (-i)^2 + (-i)^3 + (-i)^4 + \dots + (-i)^n = -1 \quad \text{โดยที่ } i^2 = -1$$

ข้อใดต่อไปนี้ คือค่าที่เป็นไปได้ค่าหนึ่งของ n

ก. 2552

ข. 2553

ค. 2554

ง. 2555

จ. 2556



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554
2nd TMC Thailand Mathematics Contest

7. กำหนดเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง

ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ $x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 4 = 0$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. 4

ข. 2

ค. -2

ง. -4

จ. จาก ก - ง ไม่มีตัวเลือกในข้อใดถูกต้อง

8. กำหนด e และ π เป็นจำนวนอตรรกยะ ซึ่งมีค่าประมาณ 2.71828 และ 3.14159
ตามลำดับ

$\pi^e \cdot e^\pi$ เท่ากับค่าในข้อใดต่อไปนี้

ก. 1

ข. $(e\pi)^{e\pi}$

ค. $(e\pi)^{e+\pi}$

ง. $(e + \pi)^{e\pi}$

จ. จาก ก - ง ไม่มีตัวเลือกในข้อใดถูกต้อง



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554
2nd TMC Thailand Mathematics Contest

9. จงพิจารณาเหตุการณ์ต่อไปนี้

(1) ในวิชาเรียนวิชาหนึ่ง อาจารย์ให้นักเรียนส่งตัวแทนออกมาหน้าชั้นเรียน 5 คน แล้วให้นักเรียนภายในกลุ่มจับมือกัน ดังนี้

ตัวแทนทั้ง 5 คน คือ ชินวิษณุ ชิชณพงศ์ ชิชณวิษณุ ชุตติกาญจน์ และ ไชยราช แต่ละคน จับมือกับเพื่อนในกลุ่มเป็นจำนวน 4, 3, 3, 2 และ 2 ครั้ง ตามลำดับ

(2) ในอำเภอหนึ่ง มีตำบลอยู่ 9 ตำบล ทางราชการต้องการที่จะสร้างถนนเชื่อมระหว่างแต่ละตำบล โดยให้

มีอยู่ 2 ตำบล ซึ่งมีถนนเชื่อมกับตำบลอื่น 4 สาย

มีอยู่ 3 ตำบล ซึ่งมีถนนเชื่อมกับตำบลอื่น 5 สาย

และ มีอยู่ 4 ตำบล ซึ่งมีถนนเชื่อมกับตำบลอื่น 6 สาย

(3) ตอนเช้าก่อนเข้าสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทยครั้งที่สอง เด็กนักเรียน 6 คน คือ ชีรภัทร พัชรรัฐ ชนภรณ์ นุสรรา อภิขญา และ สุดารัตน์ ได้ไปทานอาหารเข้าในโรงอาหาร โดยทั้ง 6 คน ได้นั่งที่โต๊ะเดียวกัน เมื่อทุกคนมาเจอหน้ากัน ปรากฏว่า

ชีรภัทรเป็นเพื่อนกับคนในกลุ่มนี้ 4 คน พัชรรัฐเป็นเพื่อนกับคนในกลุ่มนี้ 4 คน

ชนภรณ์เป็นเพื่อนกับคนในกลุ่มนี้ 2 คน นุสรราเป็นเพื่อนกับคนในกลุ่มนี้ 3 คน

อภิขญาเป็นเพื่อนกับคนในกลุ่มนี้ 3 คน และ สุดารัตน์เป็นเพื่อนกับคนในกลุ่มนี้ 5 คน

ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง

ก. เฉพาะเหตุการณ์ (1) เท่านั้น ที่มีความเป็นไปได้

ข. เฉพาะเหตุการณ์ (2) เท่านั้น ที่มีความเป็นไปได้

ค. เฉพาะเหตุการณ์ (3) เท่านั้น ที่มีความเป็นไปได้

ง. มีเหตุการณ์ที่มีความเป็นไปได้มากกว่าหนึ่งเหตุการณ์

จ. ทั้งสามเหตุการณ์เป็นไปได้ไม่ได้



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554
2nd TMC Thailand Mathematics Contest

10. มีคดีฆาตกรรมเกิดขึ้นที่หมู่บ้านแห่งหนึ่ง มีผู้ต้องสงสัยอยู่สี่คน คือนายไก่อ่, นายขวด, นายเคน และนายเงิน หนึ่งในสี่คนนี้เป็นผู้กระทำความผิด ตำรวจได้สอบปากคำผู้ต้องสงสัย โดยมีข้อความดังต่อไปนี้

นายไก่อ่ : นายขวดเป็นคนทำ

นายขวด : นายเงินเป็นคนทำ

นายเคน : ผมไม่ได้ทำ

นายเงิน : นายขวดโกหก

สมมติว่าในสี่คนนี้มีเพียงหนึ่งคนเท่านั้นที่พูดความจริง

จงหาว่า ใครคือผู้กระทำความผิดที่แท้จริง

ก. นายไก่อ่

ข. นายขวด

ค. นายเคน

ง. นายเงิน

จ. คำให้การของคนทั้งสี่ไม่เพียงพอต่อการสรุปว่า ใครคือผู้กระทำความผิด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554
2nd TMC Thailand Mathematics Contest

11. จำนวนพาลินโดรม หมายถึงเลขจำนวนเต็มบวกซึ่งเมื่อเขียนตัวเลขในแต่ละหลัก
สลับจากหลังไปหน้า จะได้จำนวนที่มีค่าเท่าเดิม เช่น 7, 121, 7739377

จงหาจำนวนของจำนวนพาลินโดรมที่มีห้าหลัก ซึ่งประกอบด้วยเลขโดดที่แตกต่างกัน
สามตัว และเลขโดด แต่ละตัวมีค่าไม่เกิน 6 เช่น 13531, 24642, 32523, ...

ก. 60

ข. 120

ค. 180

ง. 210

จ. 240

12. ข้อมูลชุดหนึ่งเป็นจำนวนเต็มของส่วนสูงของนักเรียน 5 คน มีหน่วยเป็นเซนติเมตร
ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้มีเพียงค่าเดียว และมีค่าเท่ากับ 125

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และมัธยฐานของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่ากับ 128.8 และ 130 ตามลำดับ
ค่ากึ่งกลางพิสัยของข้อมูลชุดนี้เป็นเท่าไร

ก. 129.5

ข. 129

ค. 128.5

ง. 128

จ. หาคำตอบที่แน่นอนไม่ได้ เพราะข้อมูลไม่เพียงพอ



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554
2nd TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนทดลอง ข้อ 13 – 24 ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 6 คะแนน

ไม่ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 1.5 คะแนนตอบผิด 0 คะแนน

13. ค่าของ $\frac{\log_2 160}{\log 2} - \frac{\log_2 5}{\log_{320} 2}$ เท่ากับเท่าใด

ก. 3

ข. 4

ค. 5

ง. 6

จ. จาก ก – ง ไม่มีข้อใดถูก เพราะคำตอบเป็นจำนวนอตรรกยะ

14. กำหนด n เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่งเมื่อ 2555 ถูกหารด้วย n แล้ว จะเหลือเศษเท่ากับ 7 จำนวนของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของ n เท่ากับเท่าใด

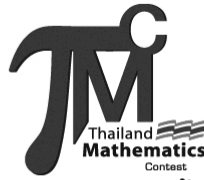
ก. 18

ข. 17

ค. 16

ง. 15

จ. 14



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554
2nd TMC Thailand Mathematics Contest

15. กำหนด $A \in (0, 90)$ และสอดคล้องกับสมการ

$$\sin^2 20^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 80^\circ = 2\sin^2 A^\circ$$

ค่าของ A เป็นสมาชิกของช่วงใดต่อไปนี้

ก. $(0, 18]$

ข. $(18, 36]$

ค. $(36, 54]$

ง. $(54, 72]$

จ. $(72, 90)$

16. ถ้าเซตคำตอบในช่วง $[0, 2\pi]$ ของสมการ

$$\sin x + \cos x \leq \cos x + \tan x \leq \tan x + \sin x$$

อยู่ในรูป $[a, b] \cup [c, d]$ เมื่อ $a < b$ และ $c < d$

แล้ว จงหาค่าของ $\frac{\pi}{d - c + b - a}$

ก. 2

ข. 4

ค. $\frac{1}{2}$

ง. $\frac{1}{4}$

จ. เซตคำตอบของสมการไม่อยู่ในรูปแบบดังที่กำหนด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554
2nd TMC Thailand Mathematics Contest

17. ข้อสรุปเกี่ยวกับคำตอบของสมการ $\arcsin x = \arctan x$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. ไม่มีจำนวนจริง x ที่สอดคล้องกับสมการ
- ข. คำตอบของสมการมีเพียงค่าเดียว
- ค. คำตอบของสมการมีสองค่า และมีเครื่องหมายเหมือนกัน
- ง. คำตอบของสมการมีสองค่า และมีเครื่องหมายต่างกัน
- จ. คำตอบของสมการมีมากกว่าสองค่า



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554
2nd TMC Thailand Mathematics Contest

18. รูปห้าเหลี่ยม ABCDE มี $\angle EAB = 90^\circ$, $\angle ABC = 120^\circ$, $\angle BCD = 60^\circ$

และ $\angle CDE = 150^\circ$

ถ้าความยาวของด้าน AB, BC และ CD เท่ากับ 60, 40 และ 50 หน่วย ตามลำดับ
แล้ว พื้นที่ของรูปห้าเหลี่ยม ABCDE ใกล้เคียงกับค่าในข้อใดต่อไปนี้มากที่สุด

กำหนด $\sqrt{2} \approx 1.414$ และ $\sqrt{3} \approx 1.732$

ก. 2155

ข. 2160

ค. 2165

ง. 2170

จ. 2175



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554
2nd TMC Thailand Mathematics Contest

19. ให้จุด A, B และ C มีพิกัดเป็น $(-2, 1)$, $(2, -2)$ และ $(4, 4)$ ตามลำดับ
จากจุด C ลากเส้นตรงไปตั้งฉากกับ \overline{AB} ที่จุด D
ถ้าให้พิกัดของจุด D คือ (a, b) แล้ว $a + b$ เท่ากับค่าในข้อใดต่อไปนี้

ก. 2

ข. 1

ค. $\frac{3}{5}$

ง. $-\frac{1}{5}$

จ. $-\frac{2}{5}$

20. ให้ z เป็นจำนวนเชิงซ้อน ซึ่ง $\frac{1-iz}{z-i} = 2-i$

แล้ว ค่าของ $|(z-i)(2z-i)(4z-i)|^2$ เท่ากับเท่าใด

ก. 100

ข. 125

ค. 150

ง. 175

จ. 200



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554
2nd TMC Thailand Mathematics Contest

21. ถ้า $z_1 = \sin \frac{\pi}{10} + i \cos \frac{\pi}{10}$, $z_2 = \cos \frac{\pi}{4} + i \cos \frac{\pi}{4}$ และ $z_3 = \cos \frac{\pi}{5} - i \sin \frac{\pi}{5}$

แล้ว ค่าของ $\frac{(z_1 \cdot z_2)^2}{z_3}$ เท่ากับเท่าใด

ก. $-i$

ข. i

ค. -1

ง. 1

จ. จาก ก-ง ไม่มีตัวเลือกในข้อใดถูกต้อง

22. นิยาม ลำดับฮาร์มอนิก คือลำดับซึ่งส่วนกลับของพจน์ทุกพจน์ในลำดับเป็นลำดับเลขคณิต เช่น $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$ เป็นลำดับฮาร์มอนิก เนื่องจาก 3, 5, 7 เป็นลำดับเลขคณิต เป็นต้น
คู่ลำดับของจำนวนเต็มบวก (m, n) ซึ่งทำให้ 6, m , n เป็นลำดับฮาร์มอนิก
มีเป็นจำนวนเท่ากับข้อใด

ก. 9

ข. 7

ค. 6

ง. 4

จ. 1



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554
2nd TMC Thailand Mathematics Contest

23. จากการสอบถามนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่เข้าร่วมการแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทยครั้งที่ 2 กลุ่มหนึ่ง จำนวน 30 คน ซึ่งทุกคนแสดงความสนใจอย่างน้อยหนึ่งในสองหลักสูตรที่เปิดสอนของมหาวิทยาลัยหอการค้าไทยต่อไปนี้ คือหลักสูตรวิศวกรรมการเงิน หรือหลักสูตรคอมพิวเตอร์แอนิเมชัน ผลปรากฏว่า

มีผู้สนใจในหลักสูตรวิศวกรรมการเงิน จำนวน 20 คน

มีผู้สนใจในหลักสูตรคอมพิวเตอร์แอนิเมชัน จำนวน 25 คน

และมีผู้สนใจในหลักสูตรวิศวกรรมการเงิน หรือหลักสูตรคอมพิวเตอร์แอนิเมชันเพียงหลักสูตรใด หลักสูตรหนึ่งเท่านั้น จำนวน 15 คน

ถ้าส่วนนักเรียนกลุ่มนี้มา 3 คน

จงหาความน่าจะเป็นที่ทั้ง 3 คน จะสนใจในหลักสูตรคอมพิวเตอร์แอนิเมชัน แต่ไม่สนใจในหลักสูตรวิศวกรรมการเงิน

ก. $\frac{6}{203}$

ข. $\frac{9}{203}$

ค. $\frac{12}{203}$

ง. $\frac{15}{203}$

จ. $\frac{18}{203}$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554
2nd TMC Thailand Mathematics Contest

24. สุ่มเลือกเลขโดด a และ b แบบไม่เจาะจง

ความน่าจะเป็นที่จะได้จำนวนนับห้าหลัก $\overline{a147b}$ ซึ่งถูกหารด้วย 12 ลงตัว เท่ากับข้อใด
หมายเหตุ สัญลักษณ์ $\overline{a147b}$ แทนจำนวนนับห้าหลักในระบบฐานสิบ โดยที่ a และ b

แทนเลขโดดในหลักหมื่น และหลักหน่วย ตามลำดับ

ก. $\frac{3}{100}$

ข. $\frac{1}{30}$

ค. $\frac{3}{50}$

ง. $\frac{1}{15}$

จ. $\frac{13}{30}$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554
2nd TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนที่ 1 ข้อ 25 – 29 ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 6 คะแนน

ตอบผิด หรือไม่ตอบ 0 คะแนน

25. กำหนดให้ $a, b, c, d > 1$ โดยที่

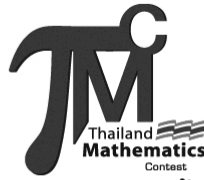
$$\log_a d = 5$$

$$\log_b d = 4$$

$$\log_{abcd} = 2$$

จงหาค่าของ $\log_c d$

26. จำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด ซึ่งมากกว่า $\frac{1}{(\sqrt{5}-2)^6}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554
2nd TMC Thailand Mathematics Contest

27. กำหนด $\vec{u} = 12\vec{i} + 33\vec{j} + 64\vec{k}$ และ $\vec{v} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ โดยที่ a, b และ c
เป็นจำนวนจริง

ถ้า $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2555$ แล้ว ค่าต่ำสุดที่เป็นไปได้ของ $a^2 + b^2 + c^2$ เท่ากับเท่าใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554
2nd TMC Thailand Mathematics Contest

28. กำหนด $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ โดยที่ a, b, c และ d เป็นจำนวนเต็ม
ถ้า $f(2 + \sqrt{5}) = f(5 + \sqrt{5}i) = 0$ แล้ว ค่าของ $d - c + b - a$ เท่ากับเท่าใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554
2nd TMC Thailand Mathematics Contest

29. จุดในระนาบพิกัดฉาก ซึ่งมีพิกัดตัวหน้า และพิกัดตัวหลังเป็นเลขจำนวนเต็ม จะถูกเรียกว่าจุดแลตทิซ (lattice point)

จงหาจำนวนของรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดทั้งสามเป็นจุดแลตทิซ ซึ่งตกอยู่ภายใน รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพิกัดของจุดยอดทั้งสี่อยู่ที่จุด $(1, 1)$, $(5, 1)$, $(5, 4)$ และ $(1, 4)$ โดยรวมถึง จุดที่ตกอยู่บนเส้นรอบรูป



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554
2nd TMC Thailand Mathematics Contest

ข้อบั้น (นักเรียนเลือกทำ หรือไม่ทำก็ได้)

ตอบถูกจะได้ 15 คะแนน

ตอบผิด -5 คะแนน ไม่ตอบ 0 คะแนน

30. มีสี่อยู่ 6 สีแตกต่างกัน จะมีวิธีทาสีลงบนลูกบาศก์ลูกหนึ่งทุกด้าน โดยทาด้านละ
หนึ่งสี และไม่ให้ด้านที่อยู่ติดกันมีสีเดียวกัน ได้ทั้งหมดกี่วิธี