



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554  
2<sup>nd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนต้นนี้ ข้อ 1 - 12 ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 4 คะแนน

ไม่ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 1 คะแนน ตอบผิด 0 คะแนน

1. ข้อสรุปเกี่ยวกับคำตอบทั้งหมดของสมการ  $||x - 2555| - 2012| = 543$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. คำตอบเป็นจำนวนจริงบวกที่แตกต่างกัน 4 ค่า
- ข. ผลบวกของคำตอบทั้งหมดมีค่าน้อยกว่า 10000
- ค. ผลต่างระหว่างคำตอบที่มีค่ามากที่สุด และคำตอบที่มีค่าน้อยที่สุดมีค่าน้อยกว่า 5000
- ง. จาก ก - ค มีข้อความที่ถูกต้องมากกว่าหนึ่งข้อ
- จ. จาก ก - ค ไม่มีข้อความใดถูกต้อง

2. กำหนดเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง

ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ  $x^4 - 2x^3 + x^2 - 1 = 0$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- ก. 1
- ข. 2
- ค. -1
- ง. -2
- จ. จาก ก - ง ไม่มีตัวเลือกในข้อใดถูกต้อง



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554  
2<sup>nd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

3. มีคดีฆาตกรรมเกิดขึ้นที่หมู่บ้านแห่งหนึ่ง มีผู้ต้องสงสัยอยู่สี่คน คือนายไก่อ่, นายขวด, นายเคน และนายเงิน หนึ่งในสี่คนนี้เป็นผู้กระทำความผิด ตำรวจได้สอบปากคำผู้ต้องสงสัย โดยมีข้อความดังต่อไปนี้

นายไก่อ่ : นายขวดเป็นคนทำ

นายขวด : นายเงินเป็นคนทำ

นายเคน : ผมไม่ได้ทำ

นายเงิน : นายขวดโกหก

สมมติว่าในสี่คนนี้มีเพียงหนึ่งคนเท่านั้นที่พูดความจริง

จงหาว่า ใครคือผู้กระทำความผิดที่แท้จริง

ก. นายไก่อ่

ข. นายขวด

ค. นายเคน

ง. นายเงิน

จ. คำให้การของคนทั้งสี่ไม่เพียงพอต่อการสรุปว่า ใครคือผู้กระทำความผิด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554  
2<sup>nd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

4. กำหนด  $A = \emptyset$  และ  $B = \{\emptyset\}$

ข้อความต่อไปนี้ มีข้อความที่ถูกต้องกี่ข้อความ

- (1)  $\emptyset \in P(A) - A$
- (2)  $\emptyset \in P(B) - B$
- (3)  $\emptyset \in P(A) \cap P(B)$
- (4)  $\emptyset \in P(P(A)) - P(B)$

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3

จ. 4

5. กำหนด  $2012_{16}$  เป็นจำนวนที่อยู่ในรูปของเลขฐานสิบหก

ถ้าเขียน  $2012_{16}$  ในรูปของเลขฐานสอง

แล้ว จะใช้เลขโดด “1” ในการเขียนทั้งหมดกี่ตัว

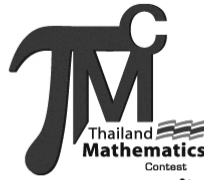
ก. 3

ข. 4

ค. 5

ง. 6

จ. มากกว่า 6 ตัว



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554  
2<sup>nd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

6. ถ้า  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

และ  $C = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  โดยที่  $C = \text{adj } A + \text{adj } B$

แล้ว  $a - b + c - d$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. -2

ข. -1

ค. 0

ง. 1

จ. 2

7. กำหนดไฮเพอร์โบลา  $5x^2 - 4y^2 - 30x - 24y - 11 = 0$  มีจุด A และ B เป็นจุดปลาย  
ของแกนตั้งยุค และจุด C และ D เป็นจุดที่กราฟตัดกับแกน Y  
พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD เท่ากับกี่ตารางหน่วย

ก.  $\frac{3(5 + \sqrt{5})}{2}$

ข.  $\frac{3(5 + 2\sqrt{5})}{2}$

ค.  $\frac{21}{2}$

ง.  $\frac{27}{2}$

จ. ไม่เกิดรูปสี่เหลี่ยมตามที่โจทย์กำหนด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554  
2<sup>nd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

8. ให้  $A = \{2, 3, 4\}$  และ  $B = \{4, 5, 8, 9, 10\}$

กำหนด  $r_1$  คือความสัมพันธ์ “หารลงตัว” จาก A ไป B

$r_2$  คือความสัมพันธ์ “มากกว่า” จาก A ไป B

$r_3$  คือความสัมพันธ์ “เป็นสามเท่า” จาก B ไป A

$r_4$  คือความสัมพันธ์ “เป็นรากที่สอง” จาก B ไป A

ความสัมพันธ์  $r_1, r_2, r_3$  และ  $r_4$  มีกี่ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3

จ. 4

9. ให้  $r_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / x^2 - \sqrt{3}x - 6 \leq 0\}$

และ  $r_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y^2 - \sqrt{2}y - 4 \leq 0\}$

พื้นที่ที่ถูกปิดล้อมด้วยกราฟของ  $r_1 \cap r_2$  เท่ากับกี่ตารางหน่วย

ก. 0

ข.  $6\sqrt{6}$

ค.  $9\sqrt{6}$

ง.  $12\sqrt{6}$

จ. หาค่าไม่ได้ เพราะเป็นบริเวณเปิด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554  
2<sup>nd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

10. กำหนด  $\sqrt{2}$  และ  $\sqrt{3}$  เป็นจำนวนอตรรกยะ ซึ่งมีค่าประมาณ 1.414 และ 1.732 ตามลำดับ

$(\sqrt{2})^{\sqrt{3}} \cdot (\sqrt{3})^{\sqrt{2}}$  เท่ากับค่าในข้อใดต่อไปนี้

- |                                       |  |                                       |
|---------------------------------------|--|---------------------------------------|
| ก. 1                                  | ข. $(\sqrt{6})^{\sqrt{6}}$             | ค. $(\sqrt{6})^{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$ |
| ง. $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^{\sqrt{6}}$ | จ. จาก ก-ง ไม่มีตัวเลือกในข้อใดถูกต้อง |                                       |

11. ให้ O แทนเซตของจำนวนเต็มคู่ และ E แทนเซตของจำนวนเต็มคู่  
ถ้า x เป็นจำนวนจริง ซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$2(2^{2^x}) = 4^x + 64$$

แล้ว ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- |   |   |                                    |
|---|---|------------------------------------|
| ก. $x \in \mathbb{Q}'$                  | ข. $x \in \mathbb{I}^-$                 | ค. $x \in \mathbb{Q} - \mathbb{I}$ |
| ง. $x \in \mathbb{I}^+ \cap \mathbb{O}$ | จ. $x \in \mathbb{I}^+ \cap \mathbb{E}$ |                                    |



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554  
2<sup>nd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

12. สามเหลี่ยม ABC มีความยาวของด้าน AB, BC และ CA เท่ากับ 28, 45 และ 53 หน่วย ตามลำดับ

ถ้า  $t = \sin^2 A + \sin^2 C$  แล้ว ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง

ก.  $t > 1$

ข.  $t = 1$

ค.  $\frac{3}{4} < t < 1$

ง.  $t = \frac{3}{4}$

จ.  $t < \frac{3}{4}$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554  
2<sup>nd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนที่ ๑ ข้อ 13 – 24 ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 6 คะแนน

ไม่ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 1.5 คะแนนตอบผิด 0 คะแนน

13. ให้  $X$  เป็นเซตใดๆ สัญลักษณ์  $n(X)$  และ  $P(X)$  แทนจำนวนสมาชิกของเซต  $X$  และเพาเวอร์เซตของ  $X$  ตามลำดับ

กำหนด  $A$  และ  $B$  เป็นเซตจำกัด โดยที่  $n(A) = m$  และ  $n(B) = n$  เมื่อ  $m$  และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก และให้  $U$  แทนเอกภพสัมพัทธ์

ถ้า  $n(P(A \cup B)) = 2^{m+n}$  แล้ว ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อสรุปที่ถูกต้อง

ก.  $A \subset B'$

ข.  $B \cap A' = B$

ค.  $A \cup B = (A - B) \cup (B - A)$

ง.  $A \cup B' = U$

จ.  $n(P(A) \cup P(B)) = 2^m + 2^n - 1$





การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554  
2<sup>nd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

14. ให้  $p, q$  และ  $r$  เป็นประพจน์

กำหนด  $p * q$  เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริง ตามตารางข้างล่างนี้

$p$	$q$	$p * q$
T	T	F
T	F	F
F	T	F
F	F	T

ถ้าเราสร้างตารางเพื่อแจกแจงค่าความจริงของประพจน์  $p * (q * r)$

แล้ว จงหาว่ามีกี่กรณีที่ประพจน์  $p * (q * r)$  มีค่าความจริงเป็นจริง

ก. 2

ข. 3

ค. 4

ง. 5

จ. 6



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554  
2<sup>nd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

15. กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์ คือ  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

$P(x)$  แทนประโยคเปิด “ $x$  เป็นจำนวนเฉพาะ”

และ  $Q(x)$  แทนประโยคเปิด “ $x$  เป็นจำนวนประกอบ”

จงพิจารณาประพจน์ต่อไปนี้

(1)  $\forall x [P(x) \vee Q(x)]$

(2)  $\forall x [Q(x) \rightarrow P(1)]$

(3)  $\forall x [Q(1) \rightarrow P(x)]$

ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ประพจน์ข้อ (1) เท่านั้น ที่มีค่าความจริงเป็นจริง

ข. ประพจน์ข้อ (2) เท่านั้น ที่มีค่าความจริงเป็นจริง

ค. ประพจน์ข้อ (3) เท่านั้น ที่มีค่าความจริงเป็นจริง

ง. มีประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงมากกว่าหนึ่งประพจน์

จ. ทั้งสามประพจน์ต่างมีค่าความจริงเป็นเท็จ



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554  
2<sup>nd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

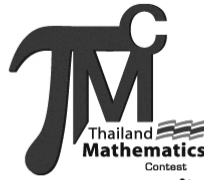
16. กำหนดเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนเต็ม

ให้ A เป็นเซตคำตอบของอสมการ  $\frac{(x-4)^4(x+5)^5}{(x+2)^2(x-3)^3} \leq 0$

และ B เป็นเซตคำตอบของอสมการ  $\frac{\sqrt{x+3}(|x+4|-5)}{\sqrt{6-x}} \geq 0$

ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. ผลบวกของสมาชิกทุกตัวในเซต A มีค่าเท่ากับ -10
- ข. ผลบวกของสมาชิกทุกตัวในเซต B มีค่าเท่ากับ 12
- ค. สมาชิกที่มีค่ามากที่สุดของเซต A คือ 2
- ง. สมาชิกที่มีค่าน้อยที่สุดของเซต B คือ 1
- จ. จาก ก – ง มีข้อความที่ถูกต้องมากกว่าหนึ่งข้อความ



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554  
2<sup>nd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

17. สำหรับแต่ละค่าของจำนวนเต็มบวก  $a$  และ  $b$

$$\text{กำหนดการดำเนินการ } a * b = \frac{1}{b} - \frac{1}{a}$$

ถ้า  $m$  และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่งทำให้  $6 * m = m * n$

แล้ว ผลบวกของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของ  $n$  เท่ากับเท่าใด

ก. 51

ข. 71

ค. 107

ง. 119

จ. 137

18. กำหนด  $n = \overline{a147b}$  เป็นจำนวนนับห้าหลัก โดยที่  $a$  และ  $b$  แทนเลขโดด  
ในหลักหมื่น และหลักหน่วย ตามลำดับ

ถ้า  $n$  ถูกหารด้วย 12 ลงตัวแล้ว จำนวนของค่า  $n$  ที่เป็นไปได้มีทั้งหมดกี่จำนวน

ก. 2

ข. 4

ค. 5

ง. 6

จ. มากกว่า 6 จำนวน



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554  
2<sup>nd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

19. กำหนด  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$

ถ้า  $2A + A^t = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 12 \end{bmatrix}$  แล้ว ค่าของ  $\det(A + A^t)$  เท่ากับเท่าใด

ก. 4

ข. 8

ค. 12

ง. 20

จ. 32

20. กำหนด  $L$  เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(-2, 1)$  และ  $(2, -2)$  และจุด  $P$  มีพิกัดเป็น  $(4, 4)$   
 $Q$  เป็นจุดบนเส้นตรง  $L$  ที่อยู่ใกล้กับจุด  $P$  มากที่สุด

ถ้าให้พิกัดของจุด  $Q$  คือ  $(a, b)$  แล้ว  $a + b$  เท่ากับค่าในข้อใดต่อไปนี้

ก.  $-\frac{2}{5}$

ข.  $-\frac{1}{5}$

ค.  $\frac{3}{5}$

ง. 1

จ. 2



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554  
2<sup>nd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

21. วงกลมซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ในจุดภาคที่หนึ่ง สัมผัสกับแกน Y ที่จุด  $(0, 4)$   
และมีคอร์ดที่เกิดจากแกน X ตัดกับวงกลม ยาวเท่ากับ 6 หน่วย

วงกลมนี้ตัดกับกราฟ  $y = x$  ที่จุดใด

ก.  $(2, 2)$

ข.  $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$

ค.  $(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$

ง.  $(8, 8)$

จ. จาก ก – ง มีข้อถูกมากกว่าหนึ่งข้อ



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554  
2<sup>nd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

22. จงหาความชันของเส้นตรงที่สัมผัสกับวงรี ซึ่งมีสมการเป็น  $x^2 + 2y^2 + 3x + 4y = 0$

ที่จุด  $(0, -2)$

ก. 1

ข.  $\frac{4}{5}$

ค.  $\frac{3}{4}$

ง.  $\frac{2}{3}$

จ.  $\frac{1}{2}$

23. ถ้า  $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$  และ  $g = \{(2, 5), (3, 4), (4, 2), (5, 1)\}$

แล้ว ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อสรุปที่ถูกต้อง

ก.  $D_{f \circ g} = D_g$

ข.  $D_{g \circ f} = D_f$

ค.  $R_{g \circ g} \subset R_{g \circ f}$

ง.  $(3, 5) \in f \circ f$

จ.  $(3, 2) \in g \circ g$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554  
2<sup>nd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

24. กำหนด  $f$  เป็นฟังก์ชัน ซึ่งสามารถหาฟังก์ชันผกผันได้ และให้  $g(2x) = 3f(x) + 5$   
 $g^{-1}(x)$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $\frac{3f^{-1}(x) + 5}{2}$

ข.  $3f^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) + 5$

ค.  $\frac{2}{3f^{-1}(x) + 5}$

ง.  $\frac{1}{3}f^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) - 5$

จ.  $2f^{-1}\left(\frac{x-5}{3}\right)$





การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554  
2<sup>nd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

ตอนที่ 1 ข้อ 25 – 29 ตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 6 คะแนน

ตอบผิด หรือไม่ตอบ 0 คะแนน

25. รูปห้าเหลี่ยม ABCDE มี  $\angle EAB = 90^\circ$ ,  $\angle ABC = 120^\circ$ ,  $\angle BCD = 60^\circ$

และ  $\angle CDE = \angle DEA = 135^\circ$

ถ้าความยาวของด้าน AB, BC และ CD เท่ากับ 60, 40 และ 50 หน่วย ตามลำดับ

แล้ว จำนวนเต็มที่มีค่าใกล้เคียงกับพื้นที่ของรูปห้าเหลี่ยม ABCDE มากที่สุด มีค่าเท่ากับเท่าใด

กำหนด  $\sqrt{2} \approx 1.414$  และ  $\sqrt{3} \approx 1.732$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554  
2<sup>nd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

26. กำหนด  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่งเมื่อ 2555 ถูกหารด้วย  $n$  แล้ว จะเหลือเศษเท่ากับ 7 ผลบวกของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของ  $n$  เท่ากับเท่าใด

27. กำหนด  $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$  โดยที่  $a, b, c$  และ  $d$  เป็นจำนวนเต็ม ถ้า  $f(2 + \sqrt{5}) = f(5 + \sqrt{5}) = 0$  แล้ว ค่าของ  $-a + b - c + d$  เท่ากับเท่าใด



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554  
2<sup>nd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

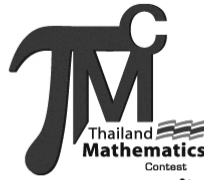
28. กำหนดจุด  $(x, y)$  เป็นจุดที่ตกอยู่บนเส้นตรง  $48x + 55y = 2555$   
ค่าต่ำสุดที่เป็นไปได้ของ  $x^2 + y^2$  เท่ากับเท่าใด

29. กำหนด  $P$  เป็นจุดที่อยู่บนส่วนโค้งของพาราโบลา ซึ่งมีสมการเป็น

$$y = \frac{(x - 2012)^2}{2012}$$

ถ้าจุด  $P$  อยู่ห่างจากโฟกัสของพาราโบลาเท่ากับ 2555 หน่วย

แล้ว จุด  $P$  จะอยู่ห่างจากแกน  $X$  เท่ากับกี่หน่วย



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2554  
2<sup>nd</sup> TMC Thailand Mathematics Contest

ข้อบั้น (นักเรียนเลือกทำ หรือไม่ทำก็ได้)

ตอบถูกจะได้ 15 คะแนน

ตอบผิด -5 คะแนน ไม่ตอบ 0 คะแนน

30. กำหนดให้  $A$  เป็นเมทริกซ์ขนาด  $2 \times 2$  ที่มีสมาชิกเป็นจำนวนจริง โดยที่  $\det A > 0$   
ถ้า  $A^2 = 4(A - 2I)$  เมื่อ  $I$  เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์

แล้ว จงหาค่าของ  $\det(\text{adj}(2A))$